CTB1210 – Dynamica & M.

December 2011 (E)
Januari 2012 (D)
April 2012 (D)

December 2012 (E)
Januari 2013 (D)
April 2014

Dynamica (CT1021) en Eulerse Balansen zijn samengevoegd tot CTB1210.
Niet alle stof van (E) wordt getoetst. Met een * valt niet binnen de stof van CTB.

Tentamenbundel Civiele Techniek
Het Gezelschap "Practische Studie"

DEELTENTAMEN CT1021 DYNAMICA; Eulerse Balansen

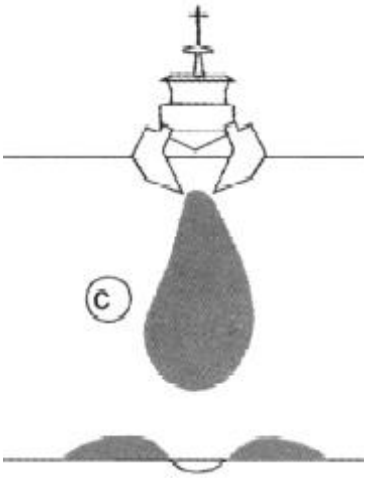
d.d. 16 december 2011 van 14:00 - 15:30 uur

- Het tentamen bestaat uit 2 delen met in totaal 8 onderdelen.
- Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven.
- In totaal zijn er 20 punten te behalen.
- Bij deel B werkt u in symbolen en gebruikt u het bijgevoegde antwoordblad

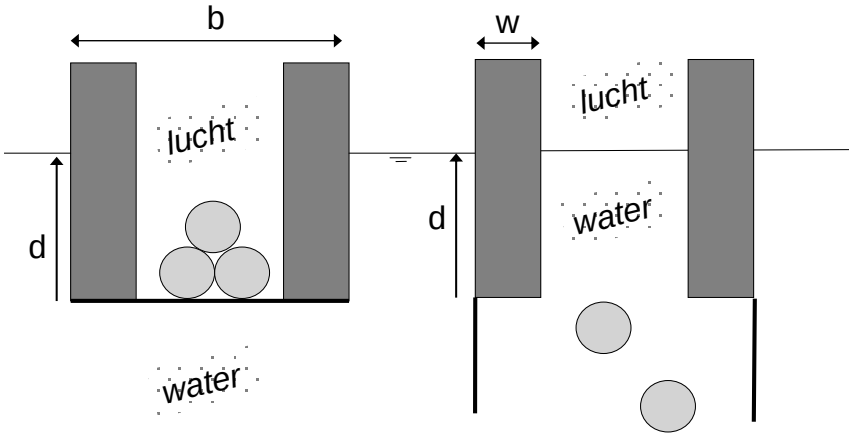
---

Deel A

Voor het storten van stenen wordt vaak gebruik gemaakt van een zogenaamde onderlosser. Dit zijn dubbelwandige schepen die aan de onderkant geopend kunnen worden waardoor de lading eruit kan zakken en tegelijkertijd ook water binnen kan komen (zie figuur hiernaast). We beschouwen de werking ervan middels een vereenvoudigd model waarvan de dwarsdoorsnede hieronder getekend is. Deze dwarsdoorsnede wordt over de gehele lengte van het schip hetzelfde verondersteld. De dwarsverbindingen aan voor- en achterkant kunnen verwaarloosd worden.



Gegevens:
g = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling
$\boldsymbol{\rho_w}$ = 1000 kg/m^3, dichtheid water
$\boldsymbol{\rho_s}$ = 2500 kg/m^3, dichtheid steen
d = 2.5 m, diepte waarmee het geladen schip in het water steekt
r = 0.5 m, straal van een afzonderlijke steen
b = 10 m, uitwendige breedte van het schip
l = 100 m, lengte van het schip
m = $2 \cdot 10^6$ kg, massa van de lading stenen



Opgave 1) Bereken de kracht die door het water aan de onderkant van het schip wordt
(2 punten) uitgeoefend op de bodem, op het moment dat het schip nog gesloten en beladen is (linker figuur).

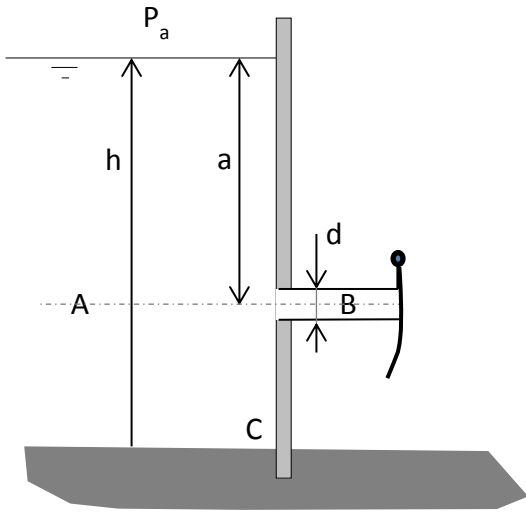
Opgave 2) Welke dikte **w** moeten de holle wanden van het schip hebben om voor de
(3 punten) getekende situaties dezelfde diepgang **d** te hebben voor en na het lossen?

We bekijken de situatie waarbij het schip stil ligt tijdens het lossen. De stenen zijn hier op te vatten als bollen met straal **r**. We nemen aan dat in zeer korte tijd de stenen een constante snelheid bereiken. Weerstandskrachten spelen hier dus een belangrijke rol.

Opgave 3) Teken de krachten die op een zinkende steen werken en bereken de constante
(3 punten) snelheid die een steen uiteindelijk zal hebben.

Deel B - *Bij dit deel werkt u in symbolen en vult u de gevraagde uitdrukkingen in op het bijgevoegde antwoordblad.*

In een dam zoals getekend in de figuur hiernaast zit een ronde opening met klep om water te spuien. Deze klep sluit vanaf de buitenzijde de opening af. Beschouw de afmetingen van de opening als klein ten opzichte van de overige afmetingen.



Gegevens:
h, waterniveau ten opzichte van de bodem
a, afstand oppervlak tot het midden van de opening
d, diameter uitstroomopening
b, breedte van de dam loodrecht op het vlak van de figuur
ρ, dichtheid water
g, zwaartekrachtsversnelling

Vraag 4) Geef, voor het geval dat de klep dicht zit, een
(2 punten) uitdrukking voor de kracht die het water op de klep uitoefent.

Vraag 5) Geef de grootte van het krachtmoment ter plaatse van C, dat door het water op de
(2 punten) gehele dam wordt uitgeoefend .

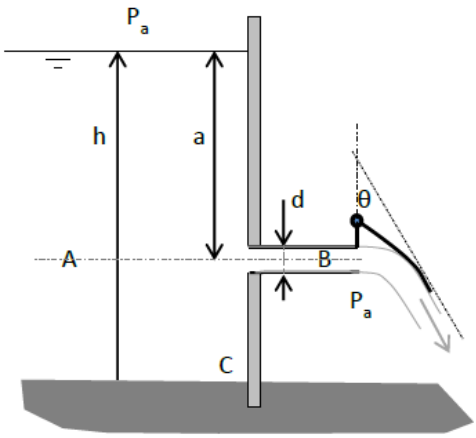
De klep wordt geopend en het water stroomt zonder wrijving vrij weg.

*Vraag 6) Druk het debiet van het uitstromende water uit in de hierboven gegeven grootheden.
(3 punten)

Het water stroomt vrijwel direct, nog voor dat er enige invloed van de zwaartekracht merkbaar is, tegen de geopende klep aan. Door de kracht die de klep op het water uitoefent, vervolgt het water zijn weg met ongewijzigde snelheid, voor het gemak aangeduid met $\boldsymbol{v_B}$, onder een hoek $\boldsymbol{\theta}$ zoals in de tekening aangegeven. Wrijving speelt hier geen rol.

Vraag 7) Druk de grootte en richting van de kracht die de klep op het water uitoefent uit in de
(3 punten) gegeven grootheden. Laat hierbij de zwaartekracht buiten beschouwing. Teken ook de richting van de kracht in de figuur op het antwoordblad.

*Vraag 8) Geef een uitdrukking voor de drukken in A en in
(2 punten) B op het moment dat het water naar buiten stroomt.



Deel B

Op dit blad vult u de antwoorden voor onderdeel B in en werkt u met symbolen

NAAM: ……

Studienummer: ……..

VRAAG 4:

$F_{K,D}$ =

……..

VRAAG 5:

M_C =

…….

VRAAG 6:

Q =

…….

VRAAG 7:

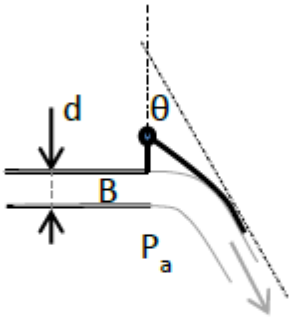
$F_{K,O}$ =

……..

θ_F =

……..

Teken de kracht met de juiste richting in de figuur hiernaast



VRAAG 8:

P_A=

……..

P_B=

…….

CONTROLEER OF NAAM EN STUDIENUMMER INGEVULD IS EN LEVER DIT BLAD IN SAMEN MET DE UITWERKING VAN DEEL A

UITWERKINGEN DEELTENTAMEN CT1021 DYNAMICA
Eulerse Balansen
d.d. 16 december 2011

Deel A:

1) De kracht wordt bepaald door het product van druk en oppervlak $F=pA$. De druk op diepte d is $p=\rho_w gd$ en het oppervlak van de bodem is $A=bl$. Zodat volgt: $F=\rho_w gdbl=25\cdot10^6$N. Dit is, in overeenstemming met Archimedes, precies het gewicht van de verplaatste hoeveelheid water.

2) Uit 1) volgt dat de massa van het schip met lading $2.5\cdot10^6$kg bedraagt. Zonder lading zal het schip een massa van $0.5\cdot10^6$kg hebben. De dikte van de wanden moet ervoor zorgen dat een gelijke hoeveelheid water wordt verplaatst. Dus $2\rho_w dwl=0.5\cdot10^6$kg
Hieruit volgt de afmeting w=1m.

3) In verticale richting geeft een evenwicht van de zwaartekracht, opwaartse kracht en weerstandskracht de snelheid, nl: $mg-F_{opw}=\frac{1}{2}Oc_w\rho_w v^2$ ofwel,
$(\rho_s-\rho_w)g\,\pi r^3 4/3=\frac{1}{2}\pi r^2 c_w\rho_w v^2 \rightarrow v^2=8(\rho_s-\rho_w)g\,r/(3c_w\rho_w)$ en v=6.3 m/s.

Deel B

4) Stilstaand water, kracht op klep $F_k=p\pi d^2/4$, druk ter plekke opening $p=\rho ga$, dus $F_k=\rho ga\pi d^2/4$

5) Druk neemt naar de bodem lineair toe, de totale kracht is $\frac{1}{2}\rho gbh^2$ en grijpt aan op een afstand $\frac{1}{3}h$ van de bodem, $M=\rho gbh^3/6$

6) Neem stroomlijn van oppervlakte links van de dam naar de opening en pas stelling van Bernoulli toe. Het vrije oppervlak staat vrijwel stil, en net voorbij opening heerst atmosferische druk, $\rho_w gh=\rho_w g(h-a)+\frac{1}{2}\rho_w v_o^2$ dus $v_o=\sqrt{(2ga)}$ dus het debiet is
$Q=\sqrt{(2ga)}\,\pi d^2/4$

7) Beschouw gebied rondom de klep en stel daar de impulsbalans voor op. $F_{K,O}=S\vec{v}_{uit}-S\vec{v}_{in}$, $S=\rho Q$, $\vec{v}_{in}=\sqrt{(2ga)}\,\vec{i}$, $\vec{v}_{uit}=\sqrt{(2ga)}(\sin\theta\,\vec{i}-\cos\theta\,\vec{j})$. $\vec{F}_k=S\sqrt{(2ga)}[(\sin\theta-1)\vec{i}-\cos\theta\,\vec{j}]$ Het is duidelijk dat de kracht onder een hoek ten opzichte van de verticaal staat waarbij $\tan\theta_F=(\sin\theta-1)/\cos\theta$

8) Op deze twee plekken heeft de stroming geen invloed op de druk.
$P_A=p_a+\rho ga$, $P_B=p_a$

TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Civiele Techniek en Geowetenschappen
Sectie Vloeistofmechanica

Vermeld op al uw uitwerk- en antwoordbladen:
NAAM en **STUDIENUMMER.**

TENTAMEN

CT1021D DYNAMICA

d.d. 27 januari 2012 van 9:00 - 12:00 uur

- Het is toegestaan 1A4tje met formules en een standaard grafische rekenmachine te gebruiken
- Het tentamen bestaat uit 4 vraagstukken met in totaal 14 onderdelen.
- Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven.
  In totaal zijn er 36 punten te behalen.
- De antwoorden van vraag 2 drukt u uit in symbolen en vult u in op het antwoordblad dat hier bijgevoegd is. De overige vragen werkt u uit op het tentamenpapier.
- Geef voor de vragen 1,3 en 4 niet alleen de eind-antwoorden maar ook tussen-berekeningen. Dit is van belang voor de waardering van uw antwoord.
- Indien u het antwoord op een bepaald onderdeel niet hebt gevonden kiest u zelf een geschikte maar niet onrealistische waarde om eventueel in een volgend onderdeel mee verder te rekenen.
- Vergeet niet uw naam en studienummer op alle door u ingeleverde bladen te vermelden.
- Deze opgaven mag u houden.

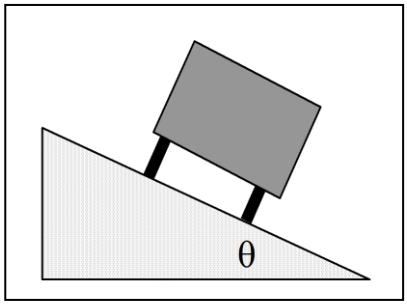
Opgave 1

Bij de aanleg van een spoorlijn moet rekening gehouden worden met de bewegingen die de treinstellen kunnen maken bij een snelheid $\mathbf{v_{max}}$. Met name de kracht die geleverd kan worden door de rails in het vlak van de rails en loodrecht op de rijrichting is aan een maximum gebonden $\mathbf{F_{max}}$. We beschouwen hier de beweging van een enkel treinstel.

Gegevens:
m = 8000 kg, massa treinstel
g = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling
$\mathbf{v_{max}}$=50 m/s, maximale snelheid die trein behaalt
$\mathbf{F_{max}}$=30 kN, maximaal toelaatbare dwarskracht.

Vraag a) *(2 punten)* Wat is de minimale kromtestraal waarmee de rails op een horizontale ondergrond gelegd kunnen worden?

De dwarskracht op de rails is te verminderen door het vlak waarin de rails liggen, onder een hoek **θ** ten opzichte van de horizontaal te plaatsen (zie figuur). Hierbij is de beweging loodrecht op het vlak van de tekening en ligt het centrum van de cirkelboog rechts van de tekening



Vraag b) *(3 punten)* Bij welke hoek **θ** ten opzicht van de horizontaal is de dwarskracht met de bij *vraag a)* gevonden kromtestraal precies nul?

Wanneer op een recht traject een hoogteverschil overwonnen moet worden mag daarbij de helling in de rijrichting niet te steil zijn, omdat de trein met een constante snelheid de helling moet kunnen nemen.

Vraag c) *(2 punten)* Hoe groot is het extra vermogen dat de trein moet leveren om met een constante snelheid $\mathbf{v_{max}}$ op een helling met een hoek van **α**= 5º omhoog te rijden?

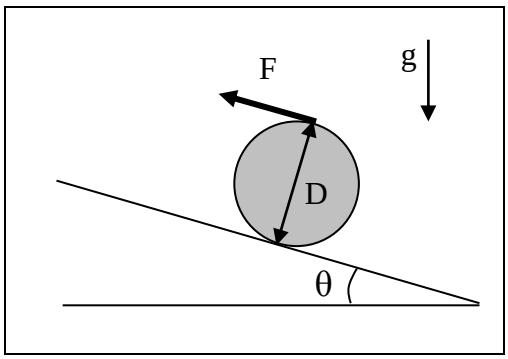
Beschouw nu de situatie dat de trein met genoemde snelheid een helling van **α**=5º afrijdt en tot stilstand moet komen over een afstand van **s** = 300m. We veronderstellen hierbij dat er sprake is van droge wrijving tussen de wielen en de rails en dat alle wielen slippen.

Vraag d) *(3 punten)* Bereken de minimale wrijvingscoëfficiënt tussen de wielen en de rails die nodig is om dit te realiseren.

Opgave 2

Let op! Bij deze opgave werkt u in symbolen en vult u het antwoord in op het bijgevoegde antwoordblad.

Een handige manier om een cilinder te verplaatsen is deze voort te rollen. Dit kost de minste energie wanneer dit als zuiver rollen gebeurt. We beschouwen een massieve cilinder met massa **m** en diameter **D** die over een helling met hellingshoek **θ** naar boven gerold wordt. Hiertoe wordt een kracht **F** uitgeoefend die aangrijpt op de cilinder en parallel aan de helling staat. De enige wrijving die de cilinder ondervindt is een droge wrijving tussen helling en cilinder met wrijvingscoefficient **μ**.



Gegevens:
m, massa cilinder
D, diameter cilinder
F, kracht uitgeoefend op cilinder
g, zwaartekrachtsversnelling
θ, hellingshoek
μ, wrijvingscoëfficiënt tussen ondergrond en cilinder

Vraag a) *(2 punten)* Maak een vrij-lichaam-schema van de cilinder en teken daarin alle relevante krachten.

Vraag b) *(2 punten)* Geef een uitdrukking voor de maximale wrijvingskracht die onder deze omstandigheden geleverd kan worden

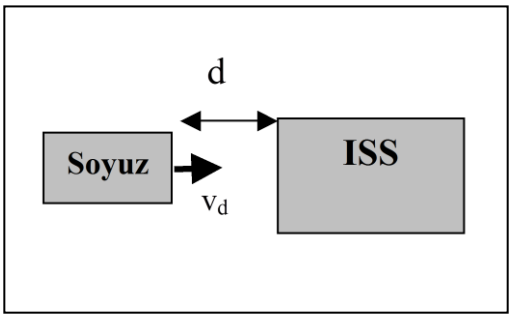
We veronderstellen dat de wrijvingskracht voldoende groot is zodat er sprake is van zuiver rollen.

Vraag c) *(3 punten)* Geef een uitdrukking voor de versnelling van het massacentrum.

Vraag d) *(3 punten)* Wanneer de kracht **F** heel groot gemaakt wordt, kan de cilinder gaan slippen. Bij welke grootte van de uitgeoefende kracht $\mathbf{F=F_{slip}}$ gaat het rollen over in slippen?

Opgave 3

Onze astronaut André Kuipers is er met zijn team in geslaagd de Soyuz ruimtecapsule te koppelen aan het internationale ruimtestation ISS. We bekijken een situatie die zich daarbij kan voordoen en verwaarlozen daarbij effecten van wrijving en zwaartekracht.



Gegevens:
$\mathbf{m_S}$ = 3000 kg, massa Soyuz
$\mathbf{m_I}$ = 12000 kg, massa ISS
$\mathbf{v_d}$ =50 m/s, verschilsnelheid tussen beide delen
a = -20 m/s^2, versnelling Soyus
d = 60m, afstand tussen beide delen voordat er afgeremd wordt

Om de koppeling te kunnen maken wordt de ruimtecapsule naar het ISS toe gemanoeuvreerd. Op een afstand **d** bedraagt de afnemende verschilsnelheid tussen beide delen $\mathbf{v_d}$, en de is de versnelling **a**.

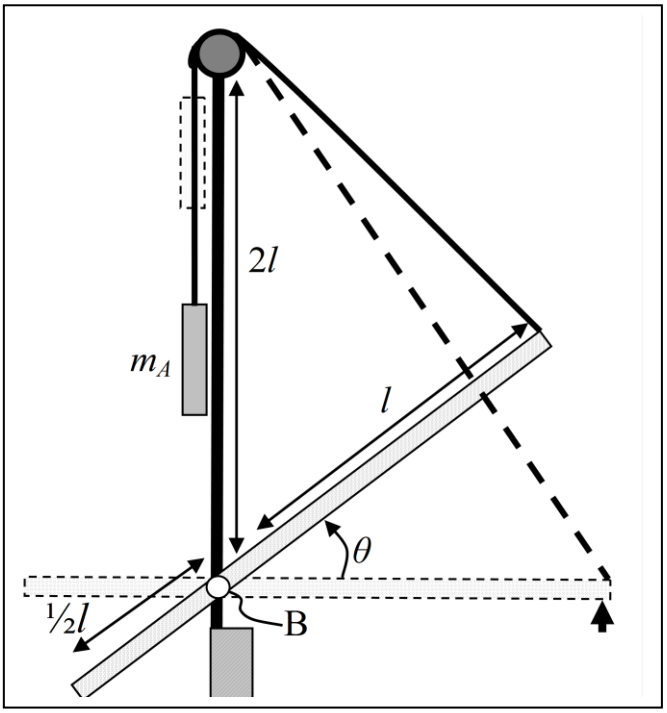
Vraag a) Met welke verschilsnelheid zal de ruimtecapsule tegen de ISS aan botsen?
(2 punten)

Bij de botsing worden beide delen direct aan elkaar gekoppeld zodat de botsing op te vatten is als een inelastische botsing met restitutiecoëfficiënt e = 0.

Vraag b) Wat is de snelheidsverandering die het ISS door deze botsing ondervindt?
(3 punten)

Opgave 4

Het ontwerp voor een nieuw te bouwen voetgangersbrug staat hiernaast geschetst. Het brugdek, hier op te vatten als een homogene slanke staaf, kan scharnieren om de horizontale as door **B**. Het openen en sluiten van de brug wordt bepaald door de massa $\boldsymbol{m_A}$ die via een wrijvingsloze katrol een kracht op het uiteinde van de brug uitoefent. Voordat deze brug gebouwd kan gaan worden, zal eerst het krachtenspel in de constructie bekeken moeten worden. Hiertoe bekijken we een aantal omstandigheden waaraan de brug kan worden blootgesteld. In de figuur zijn twee situaties weergegeven: de rusttoestand (θ=0º) met stippellijnen en de geopende toestand (θ = 30º) met getrokken lijnen.



Gegevens:
$\boldsymbol{m}$ = 2000 kg, massa brugdek
$\boldsymbol{l}$ = 12 m, totale lengte brugdek is $\frac{3}{2}l$=18 m,
afstand tussen scharnier en katrol is 2l=24m
$\boldsymbol{g}$ = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling
$\boldsymbol{\theta}$, hoek tussen horizontaal en brugdek

Vraag a) *(2 punten)* Wat is de maximale massa $\boldsymbol{m_A}$ waarbij het brugdek vanuit horizontale positie (θ=0º) nog net niet in beweging komt?

Op een gegeven moment wordt de massa $\boldsymbol{m_A}$ verzwaard tot 650 kg en komt de brug in beweging vanuit de getekende beginsituatie (θ=0º). Hierbij verwaarlozen we effecten van wrijving.

Vraag b) *(3 punten)* Bepaal de hoekversnelling van het brugdeel op het moment dat θ=30º. Bedenk dat in deze stand de kabel een kracht loodrecht op het brugdek uitoefent en houdt er rekening mee dat $\boldsymbol{m_A}$ ook een versnelde beweging uitvoert.

Vraag c) *(3 punten)* Bereken de hoeksnelheid van het brugdeel bij θ=30º.

Vraag d) *(3 punten)* Bereken de grootte van de totale kracht in het scharnier **B** op het moment dat θ=30º . Indien u *vraag b* en *c* niet hebt kunnen beantwoorden, kiest u zelf realistische waarden voor de daar genoemde grootheden, en rekent u daarmee in deze vraag verder.

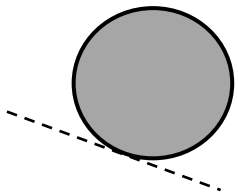
Antwoordblad voor opgave 2

Hier vult u de antwoorden in waarbij u de symbolen gebruikt zoals deze in de opgave gedefinieerd zijn. Dit blad levert u in samen met de uitwerkingen van de overige opgaven.

Naam: ……..

Studienummer……

Vraag a)



Vraag b)

$F_{w,max}$ =

……..

Vraag c)

a_{mc} =

……..

Vraag d)

F_{slip} =

……..

Zijn naam en studienummer ingevuld?

Uitwerkingen CT1021D, d.d. 27 januari 2012

Opgave 1

a) Wanneer de trein een bocht neemt moet de dwarskracht zorgen voor de benodigde centripetale versnelling dus $F_{dw}=mv_{max}^2/R$ zodat de minimale kromtestraal R volgt $R=mv_{max}^2/F_{dw}=666{,}7$m

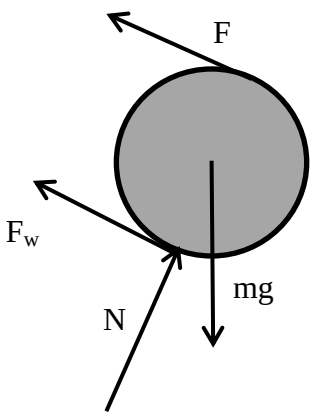
b) Door de rails onder een hoek te plaatsen kan de zwaartekracht ervoor zorgen dat de dwarskracht verminderd wordt. Zonder dwarskracht zal er alleen een normaalkracht zijn. Voor de geschetste situatie zal door de rails een normaalkracht N geleverd worden. De verticale component daarvan zal de zwaartekracht compenseren, $N\cos\theta=mg$. De horizontale component levert de centripetale kracht $N\sin\theta=mv_{max}^2/R$, door N hieruit te elimineren volgt $\tan\theta= v_{max}^2/(Rg)=0.375$ dus $\theta=20.6^\circ$

c) Als gevolg van de helling ondervindt het treinstel een component van de zwaartekracht die werkt tegen de rijrichting in $F_t=mg\sin(5^\circ)$ Het vermogen dat hierdoor extra geleverd moet worden bedraagt $P= \mathbf{v}\cdot\mathbf{F} = v_{max}F_t = 249$ kW

d) De arbeid die de droge wrijving verricht over de afstand L=300m moet gelijk zijn aan de verandering van kinetische en potentiële energie $L\mu mg=\frac{1}{2} mv_{max}^2+mgL\sin\theta$. Hieruit volgt $\mu= (\frac{1}{2} v_{max}^2+gL\sin\theta)/Lg=0{,}50$

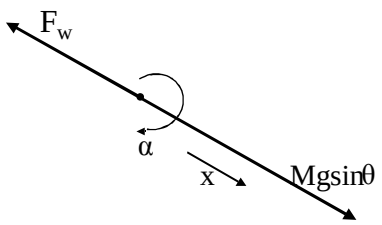
Opgave 2

a)



b) De maximale wrijvingskracht $(F_w)_{max} = \mu N$, waarbij N berekend kan worden uit de impulsbalansvergelijking voor de cilinder in de richting loodrecht op de helling $N = mg\cos\theta$ zodat $(F_w)_{max} = \mu\, mg\cos\theta$

c) Het massacentrum heeft alleen een versnellingscomponent in de x-richting, langs de helling, $ma_x = mg\sin\theta - F_w - F$. Hierin is F_w nog niet bekend. Een andere vergelijking waarin F_w voorkomt, is de balansvergelijking voor het impulsmoment van de cilinder om zijn rotatie-as:



$I\alpha = F_w \frac{1}{2}D - F \frac{1}{2}D$, met $I = \frac{1}{8}mD^2$

Het zuiver rollen levert een verband tussen a_x en α, nl. $a_x = \alpha R = \alpha\frac{1}{2}D$. Hiermee is a_x op te lossen $ma_x = mg\sin\theta - F_w - F = mg\sin\theta - 2I\alpha/D - 2F = mg\sin\theta - \frac{1}{2} ma_x - 2F$ dus $a_x = \frac{2}{3}g\sin\theta - 4F/3m$ is de grootte van de versnelling en als F groot genoeg is, is deze negatief en dus langs de helling naar boven gericht.

d) Er is sprake van begin van slippen wanneer $F_w \geq (F_w)_{max}$. Vullen we de maximale waarde van F_w in en elimineren we de hoekversnelling α dan kan de maximale waarde van de kracht F bepaald worden waarboven er sprake zal zijn van slippen. Dus met $ma_x = mg\sin\theta - (F_w)_{max} - F$ en $I\alpha =(F_w)_{max}\frac{1}{2}D - F \frac{1}{2}D$ en het verband $a_x = \alpha\frac{1}{2}D$ (dat nog net geldt onder deze omstandigheden) en het voorschrift voor $(F_w)_{max}$ uit (a), volgt dan: $F=g(3\mu\cos\theta-\sin\theta)$. Bij deze waarde gaat rollen over in slippen.

Opgave 3

a) De absolute snelheden van de beide elementen zijn niet gegeven maar onder aftrekking van een vaste snelheid v_{I0} (de absolute snelheid van ISS) blijven de bewegingswetten gewoon opgaan. De kinematische beschrijving van de beweging is ééndimensionaal en nu uit te drukken als $x=x_0+v_0t+½at^2$ gebruik makend van de gegevens levert dit een vierkantsvergelijking op waar de tijd uit opgelost moet worden. 60 *m* =50 *m/s* t – 10 *m/s*^{2} t^2, de bruikbare van de twee oplossingen resulteert in t=2s en een snelheid v_B=10 m/s waarmee de Soyuz tegen het ISS botst.

b) Na de botsing zullen de beide delen met dezelfde snelheid bewegen welke gelijk is aan die van het massacentrum. De impuls die de Soyuz heeft ten opzichte van ISS bepaalt de verandering van de snelheid van de ISS tot deze uiteindelijke snelheid. Het behoud van impuls laat zich dan als volgt beschrijven: $m_Iv_{I0}+m_S(v_{I0}+v_B)= (m_I+m_S)(v_{I0}+v_{del})$ waaruit de snelheidsverandering v_{del} op te lossen is: $v_{del}= m_Sv_B/(m_I+m_S)$ = 2m/s. Deze waarde is dus ook te vinden door direct te kijken naar de stoot die uitgewisseld wordt.

Opgave 4

a) Van de getekende staaf ligt het zwaartepunt op ¼ l rechts van B zodat de som der momenten ten opzicht van B nog juist nul is bij -¼ l m + m_Ag l 2/(√5) = 0 ,dus m_A=¼m/0.894 = 559 kg

b) Op het moment dat θ=30º vormt zich een rechte hoek tussen het brugdek en de trekkracht in de kabel. De grootte van de trekkracht in de kabel F_t is niet gelijk aan m_Ag omdat m_A zelf ook een versnelde beweging uitvoert. Immers de impulsbalans geeft $F_t= m_Ag -m_Aa$, en de impulsmomentbalans geeft: -¼ l mg cos30˚ + F_tl = I_Bα. De versnelling a is gekoppeld aan de hoekversnelling α Uit deze 3 betrekkingen volgt α. Eerst moet I_B nog bepaald worden. Dit doen we met de verschuivingsregel: $I_B=I_G+m(¼l)^2 = (^1/_{12})m(l\ ^3/_2)^2+m(¼l)^2=¼ml^2$ zodat nu volgt α={g/l}(m_A-¼m cos30˚)/(¼m+m_A)=0.157 rad/s^2

c) Uit een beschouwing van energie volgt de hoeksnelheid. Immers de potentiële energie van m_A wordt omgezet in potentiële energie voor het brugdek, en de kinetische energie van m_A en van de rotatie van het brugdek: $m_AgΔh=mg¼Δh+½m_Av_A^2+½I_Bω^2$ met v_A=ωl en een blik op de gevormde driehoeken volgt: (m_A-¼m)g(l√5-l√3)=½m_A(ωl)^2+½I_Bω^2 hieruit volgt ω=√{(m_A-¼m)g(l√5-l√3) / [(½m_A +$^1/_8$m)l^2]}=0.364 rad/s

d) Kijk naar de beweging van het massacentrum van het brukdek en de impulsbalansen voor de tangentiële en normale richting. $F_{BT}+F_t$-mg cos30˚=mα ¼ l en F_{BN} - mg sin30˚= -mω^2 ¼ l. F_t volgt uit b) $F_t=m_A(g-αl)$=5275N, zodat F_{BT}=12.99 kN, F_{BN}=10.8 kN, met pythagoras volgt voor de grootte van de totale kracht F_{Btot}=16.9kN

TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Civiele Techniek en Geowetenschappen
Sectie Vloeistofmechanica

Vermeld op al uw uitwerk- en antwoordbladen:
NAAM en **STUDIENUMMER.**

TENTAMEN

CT1021D DYNAMICA

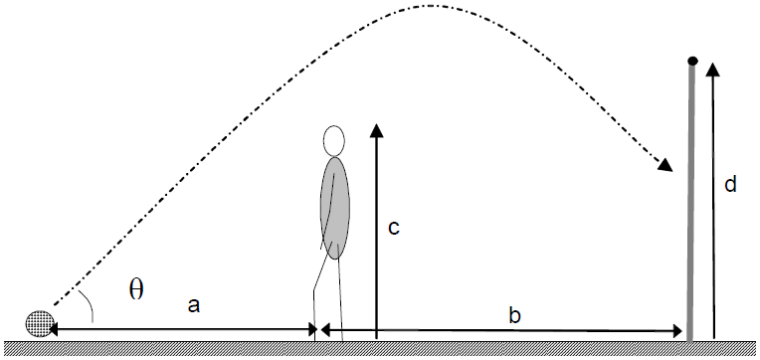
d.d. 13 april 2012 van 9:00 - 12:00 uur

- Het is toegestaan 1A4tje met formules en een standaard grafische rekenmachine te gebruiken
- Het tentamen bestaat uit 4 vraagstukken met in totaal 14 onderdelen.
- Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven.
  In totaal zijn er 34 punten te behalen.
- De antwoorden van vraag 2 drukt u uit in symbolen en vult u in op het antwoordblad dat hier bijgevoegd is. De overige vragen werkt u uit op het tentamenpapier.
- Geef voor de vragen 1,3 en 4 niet alleen de eind-antwoorden maar ook tussen-berekeningen. Dit is van belang voor de waardering van uw antwoord.
- Indien u het antwoord op een bepaald onderdeel niet hebt gevonden kiest u zelf een geschikte maar niet onrealistische waarde om eventueel in een volgend onderdeel mee verder te rekenen.
- Vergeet niet uw naam en studienummer op alle door u ingeleverde bladen te vermelden.
- Deze opgaven mag u houden.

Opgave 1

Tijdens een voetbalwedstrijd valt er veel waar te nemen op het gebied van de dynamica. In dit vraagstuk zullen we een paar situaties beschouwen.

Gegevens:
g = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling
a = 10 m, afstand bal tot 'muurtje'
b = 15 m, afstand 'muurtje' tot doel
c = 2.0 m, hoogte 'muurtje'
d = 2.5 m, hoogte doel
θ = 45º, hoek waaronder de bal weggetrapt wordt
$\mathbf{m_a}$=90 kg, massa speler a
$\mathbf{m_b}$=75 kg, massa speler b



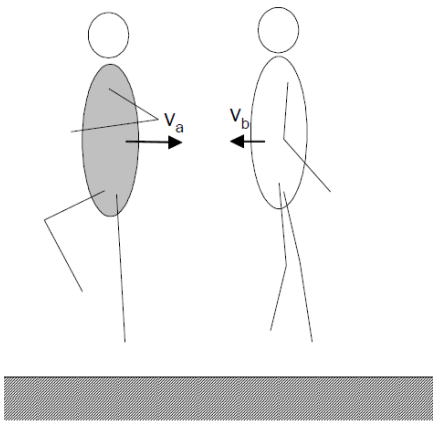
Een speler neemt een vrije trap en wil in één keer scoren. Tussen de bal en het doel staat een 'muurtje' van spelers. De speler schiet de bal weg onder een hoek **θ** = 45º met de horizontaal. We verwaarlozen hierbij wrijvingsverliezen en de rotatie van de bal.

Opgave a) (3 punten) Wat is de maximale snelheid waarmee de bal weggeschoten kan worden zodat de bal net onder de lat het doel nog raakt?

Bij een kopduel komen speler **a** en **b** op elkaar af gerend, springen in de lucht, en komen vervolgens met horizontale snelheden $\mathbf{v_a}$ = 4 m/s en $\mathbf{v_b}$ =2 m/s (zoals getekend) tegen elkaar aan waarna ze elkaar aan elkaars shirt vasthouden en samen verder bewegen. De verticale beweging is hierbij niet relevant en de bal wordt helaas niet geraakt.

Opgave b) (3 punten) Wat is de horizontale snelheid van beide spelers nadat ze met elkaar in contact gekomen zijn?

Opgave c) (2 punten) Hoeveel kinetische energie is er bij deze interactie verloren gegaan ?



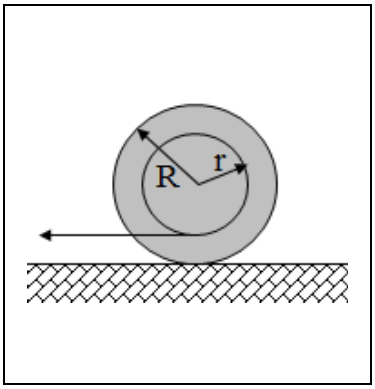
De beschreven interactie heeft 0.3 seconden geduurd.

Opgave d) (2 punten) Hoe groot is de gemiddelde horizontale kracht geweest die speler **a** op speler **b** heeft uitgeoefend, en hoe groot was de kracht die speler **b** op **a** heeft uitgeoefend?

Opgave 2

Let op! Bij deze opgave werkt u in symbolen en vult u het antwoord in op het bijgevoegde antwoordblad.

Op een stilstaande massieve homogene cilinder met massa **m** en straal **R** wordt een kracht **F** uitgeoefend die aangrijpt op een afstand **r** van het centrum. Waar de cilinder de grond raakt heerst droge wrijving waardoor, afhankelijk van de grootte van de wrijvingscoefficient, de cilinder ofwel zuiver rolt ofwel slipt. Hieronder worden uitdrukkingen in symbolen gevraagd. De symbolen die u bij uw antwoord kunt gebruiken, staan in het lijstje hieronder als gegevens vermeld.



Gegevens:
m, massa cilinder
R, diameter cilinder
r, aangrijpingspunt kracht t.o.v. midden cilinder
F, kracht uitgeoefend op cilinder
g, zwaartekrachtsversnelling
μ, wrijvingscoëfficiënt tussen ondergrond en cilinder

Vraag a) *(2 punten)* Maak een vrij-lichaam-schema van de cilinder en teken daarin alle relevante krachten.

Vraag b) *(3 punten)* Geef een uitdrukking voor de versnelling van het massacentrum wanneer de wrijvingskracht groot genoeg is om zuiver rollen te garanderen.

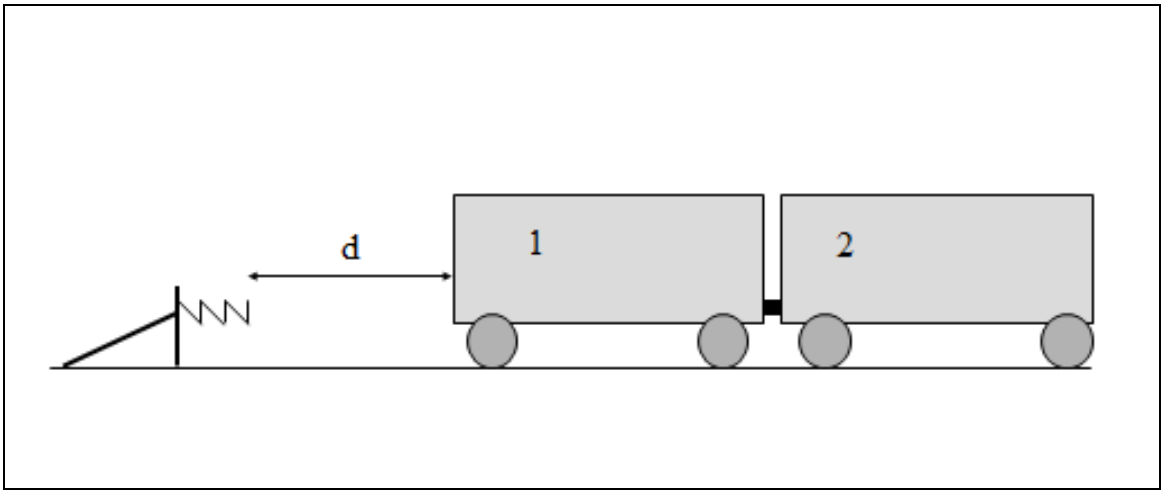
Vraag c) *(3 punten)* Geef een uitdrukking voor de hoekversnelling wanneer er sprake is van slippen.

Er bestaat een mogelijkheid dat de cilinder slippend in beweging komt en daarbij niet roteert.

Vraag d) *(2 punten)* Geef een uitdrukking voor de grootte van de wrijvingscoëfficiënt waarbij de cilinder wel versnelt maar niet gaat roteren.

Opgave 3

Op 18 maart jl. heeft in Nijmegen een trein op het station een stootblok geramd. Waarschijnlijk lukte het de machinist niet om op tijd te remmen We bekijken het krachtenspel bij een geschematiseerde versie van deze botsing. De figuur geeft de situatie op **t**=0s weer. Op dat moment is de snelheid $\mathbf{v_0}$, de afstand tot het stootblok **d**. De trein remt niet maar botst met de gegeven snelheid tegen de veer van het stootblok.



Gegevens:
$\mathbf{m_1}$ = 10000 kg, massa treinstel 1
$\mathbf{m_2}$ = 10000 kg, massa treinstel 2
$\mathbf{v_0}$ =4 m/s, snelheid van de trein op t=0 s
d = 10 m, afstand tussenvoorkant trein en veer op t=0s
$\mathbf{l_0}$ = 1,0 m, rustlengte veer
k =500 kN/m, veerconstante

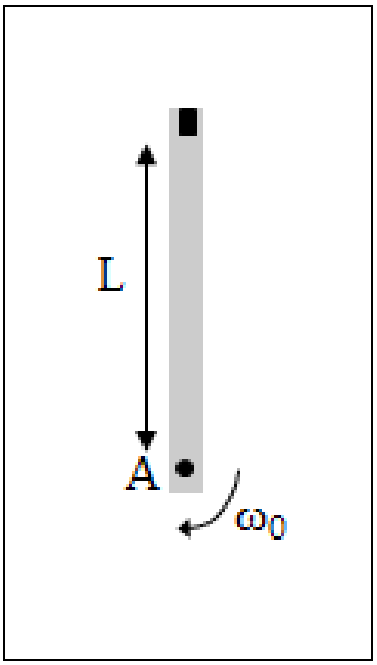
Vraag a) Wat is de maximale indrukking van de veer bij deze botsing?
(2 punten)

Vraag b) Hoe groot is de maximale kracht die er bij deze botsing heerst tussen de twee wagons?
(2 punten)

Stel nu dat het de machinist gelukt was om te remmen en om daarbij vanaf t=0s een remkracht te genereren van **F**=10 kN.

Vraag c) Hoever zou de veer op het stootblok dan maximaal ingedrukt worden?
(2 punten)

Opgave 4



Een homogene slanke balk met massa **M** en lengte **L** draait in het horizontale vlak om een vaste verticale as bij **A**. Het bovenaanzicht is in de figuur weergegeven voor het tijdstip **t**=0s. Op het uiteinde van de balk ligt (op een afstand L van **A**) een blok met massa $\mathbf{m_b}$ dat meebeweegt met de balk. We beschouwen hier de rotatierichting met de wijzers van de klok mee als positief, zoals in de tekening te zien is.

Gegevens:
M = 2000 kg, massa balk
$\mathbf{m_{blok}}$= 100 kg, massa blok
L = 12 m, totale lengte balk
g = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling
θ, hoek die de balk maakt ten opzichte van de oriëntatie op tijdstip **t**=0 s

Op het tijdstip **t**=0 s, bedraag de hoeksnelheid $\boldsymbol{\omega_0}$=2 rad/s en de hoekversnelling **α**=1rad/s^2.

Vraag a) *(2 punten)* Wat is de kracht die het blokje in de weergegeven situatie op **t**=0 s ondervindt?

Vraag b) *(3 punten)* Wat is op dat moment het krachtmoment dat er bij as **A** op de balk uitgeoefend moet worden voor deze beweging?

De hoekversnelling blijft constant gedurende de beweging.

Vraag c) *(3 punten)* Bereken de hoeksnelheid van de balk wanneer deze over een hoek $\boldsymbol{\theta}$=90º verdraaid is en leidt daaruit af wat de grootte en richting van de snelheid van het blok is wanneer het op dat moment zonder wrijving in beweging komt ten opzichte van de balk. Maak eventueel een schets ter verduidelijking van uw antwoord.

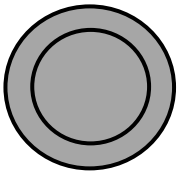
Antwoordblad voor opgave 2

Hier vult u de antwoorden in waarbij u de symbolen gebruikt zoals deze in de opgave gedefinieerd zijn. Dit blad levert u in samen met de uitwerkingen van de overige opgaven.

Naam: ……..

Studienummer……

Vraag a)



Vraag b)

a_{mc} =

……..

Vraag c)

α =

……..

Vraag d)

μ =

……..

Zijn naam en studienummer ingevuld?

Uitwerkingen CT1021D, d.d. 13 april 2012

Opgave 1

a) De bal moet over het muurtje maar onder de lat van het doel door. Door afwezigheid van wrijving heeft de bal een constante snelheid in horizontale richting en een versnelde beweging in de vertikale richting. Omdat de hoek gegeven is volgt één oplossing voor de snelheid. De enige check die we moeten doen is kijken of de bal daadwerkelijk over het muurtje gaat. Voor de horizontal richting geldt: $a+b=vt\cos\theta$, voor de verticaal $d=vt\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2$. t elimineren geeft: $d=(a+b)\tan\theta-\frac{1}{2}g(a/v\cos\theta)^2$, met $\theta = 45^o$ en v oplossen geeft $v=\sqrt{\{2g(a+b)^2/(a+b-d)\}}=23{,}6$m/s, wanneer de snelheid hoger wordt dan deze waarde zal de bal over gaan. Eenzelfde excercitie laat zien dat de bal over het muurtje zal gaan.

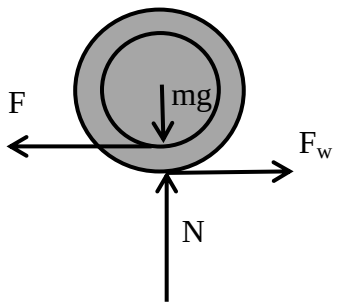
b) Uit impulsbehoud volgt $m_a v_a - m_b v_b = (m_a+m_b)v_e$, $v_e=1.27$ m/s

c) Het energieverlies volgt uit het verschil in kinetische energie voor en na de interactie $\Delta T=\frac{1}{2}m_a v_a^2+\frac{1}{2}m_b v_b^2 - \frac{1}{2}(m_a+m_b)v_e^2 = 720+150-133=737$ J

d) De impulsverandering $\Delta L= m_a(v_e - v_a) = -m_b(v_e-v_b)=-245$ kgm/s, is per definitie voor beide spelers even groot maar tegengesteld. Dit geldt ook voor de wisselwerkingskracht $F_{ab}=-F_{ba} = \Delta L/\Delta t =816$ N.

Opgave 2

a)



b) We beschouwen de verandering van de impuls en die van het impulsmoment: $F - F_w = ma$ en $F_w R - Fr = I\alpha$. Omdat er sprake is van zuiver rollen kunnen we de versnelling aan de hoekversnelling koppelen $a = \alpha R$. Door de onbekende wrijvingskracht te elimineren wordt de uitdrukking voor de versnelling: $a = \frac{2}{3}\frac{F}{m}\left(\frac{R-r}{R}\right)$

c) Als er sprake is van slippen kunnen we de versnelling en de hoekversnelling niet meer aan elkaar koppelen, maar we weten wel hoe groot de wrijvingskracht is. $F_w = \mu mg$we kunnen nu de versnelling van het massacentrum aan de hand van de tweede wet van Newton als volgt schrijven: $a = \frac{F}{m} - \mu g$

d) Als de cilinder niet roteert zal ie moeten slippen, waarbij we de grootte van de wrijvingskracht dus kennen. Stellen we de hoekversnelling op nul, dan volgt uit een krachtmomentenevenwicht $Fr = \mu mgR$ en dus $\mu = \frac{Fr}{mgR}$.

Opgave 3

a) De maximale indrukking van de veer wordt bereikt zodra alle kinetische energie omgezet is in veerenergie. $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 = \frac{1}{2}\, k\, x^2$ hieruit volgt dat $x = v_o \left(\frac{m_1+m_2}{k}\right)^{0.5} = 0{,}8\text{m}$

b) De kracht die op dat moment in de veer ontwikkeld wordt zorgt voor een vertraging van de treinstellen $a = \frac{F_v}{m_1+m_2} = \frac{kx}{m_1+m_2} = 20\text{m/s}^2$ Bij deze versnelling is de kracht op het tweede treinstel $F_2 = m_2 a = 200$ kN

c) Als er voortdurend een contante remkracht gegenereerd zou worden dan heeft de remkracht als een hoeveelheid arbeid verricht ter grootte *Fd* op het moment dat de veer geraakt wordt. De maximale indrukking volgt dan uit: . $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 = F(d + x) + \frac{1}{2}\, k\, x^2$ hieruit volgt voor de maximale indrukking *x*=0,47m

Opgave 4

a) Het blok ondervindt een versnelling opgebouwd uit 2 componenten: een centripetale $a_c = \omega_0^2 L = 48\ \text{m/s}^2$ en een tangentiele versnelling $a_t = \alpha L = 12\ \text{m/s}^2$. Met Pythagoras wordt de grootte van de totale versnelling gevonden *a*=49,7 m/s

b) Er moet op *t*=0 s een krachtmoment geleverd worden die het impulsmoment van de balk met blok ten opzichte van A vergroot. $M_A = I_A \alpha$ Het traagheidsmoment moet bepaald worden voor de balk plus het blok $I_A = \frac{1}{3}ML^2 + m_{blok}L^2 = 110400\ \text{kgm}^2$ zodat het krachtmoment voor de gegeven hoekversnelling $M_A = 110{,}4$ kNm bedraagt.

c) Met een constante hoekversnelling volgt voor de hoeksnelheid na een hoekverdraaiing van 90°: $\omega_e^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\left(\frac{\pi}{2}\right)$ dus ω_e=2,67 rad/s.

Het blok zal zonder externe krachten de snelheid houden die het blok had, zowel qua richting (tangentieel) als ook qua grootte ($v_t = \omega_e L = 32{,}1\ \text{m/s}$)

TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Civiele Techniek en Geowetenschappen

DEELTENTAMEN CT1021E; Eulerse Balansen

d.d. 12 december 2012 van 9:00 - 10:30 uur

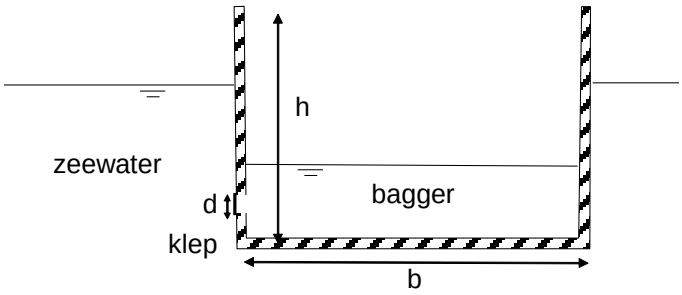
* Het tentamen bestaat uit 7 onderdelen.
* Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven.
* In totaal zijn er 17 punten te behalen.
* Bij opgave 2 werkt u in symbolen en maakt u gebruik van het verstrekte antwoordformulier
* U mag rekenmachine en enkelzijdig beschreven formuleblad gebruiken

---

Opgave 1: (Deze vraag werkt u uit op het antwoordblad zodat te zien is hoe u aan uw antwoord bent gekomen)

Tijdens het baggeren op zee wordt de bagger (die we als een vloeistof met hoge dichtheid kunnen opvatten) tijdelijk opgeslagen in een drijvende bak met afmetingen **l**x**b**x**h**. De massa van de lege bak is **m**=3000 kg. De dikte van de wanden wordt hier verwaarloosd.

Gegevens:
g = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling
$\boldsymbol{\rho_b}$ = 1300 kg/m^3, dichtheid bagger
$\boldsymbol{\rho_z}$ = 1025 kg/m^3, dichtheid zeewater
m = 3000 kg, massa lege bak
l = 5 m, lengte van de bak (loodrecht op vlak van tekening)
b = 5 m, breedte van de bak
h = 3 m, hoogte van de bak
d = 0,20 m, afmeting vierkante klep



Vraag a) *(2 punten)* Op een gegeven moment zit er 25m^3 bagger in de bak. Hoe diep steekt de bak in het water?

Aan de zijkant van de bak zit een vierkante klep met zijde **d** die een opening met dezelfde afmetingen afsluit en waarvan het midden zich op 0,25m van de bodem bevindt en die, zo nodig, geopend kan worden.

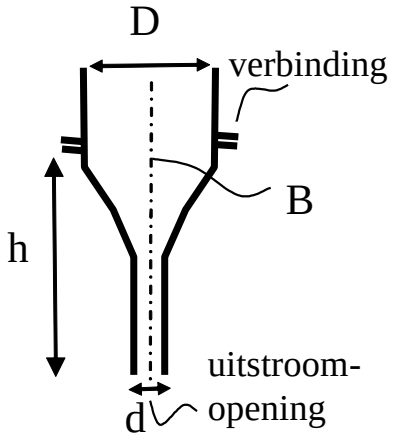
Vraag b) *(2 punten)* Wat is de resulterende kracht die door het zeewater en de bagger op de klep wordt uitgeoefend? Geef ook de richting van deze kracht aan!

*Vraag c) *(3 punten)* Als onder de getekende omstandigheden (met 25m^3 bagger in de bak) de klep geopend wordt, hoe groot is dan de snelheid waarmee de vloeistof door de opening stroomt? Verwaarloos effecten van wrijving en geef ook hier de richting van de stroming aan.

Opgave 2:
(bij deze vraag werkt u in symbolen en vult u het antwoord in op het bijgevoegde antwoordblad)

Met behulp van een pomp en een leidingstelsel wordt water verplaatst. In de schets hieronder is een stuk leiding met diameter **D** met uitstroomstuk getekend die bij **B** aan elkaar verbonden zijn. Er zit een pomp in het circuit die een constant debiet kan leveren. Bij de analyse van de stroming verwaarlozen we effecten van wrijving.

Gegevens:
g, zwaartekrachtsversnelling
$\mathbf{p_a}$, atmosferische druk die buiten de leiding heerst
$\boldsymbol{\rho_w}$, dichtheid water
d, diameter uitstroomopening
h, afstand van verbinding tot uitstroomopening
D, diameter aanvoerbuis
v, snelheid waarmee water uit de uitstroomopening spuit
$\mathbf{c_w}$, weerstandscoëfficiënt van een luchtbel in water

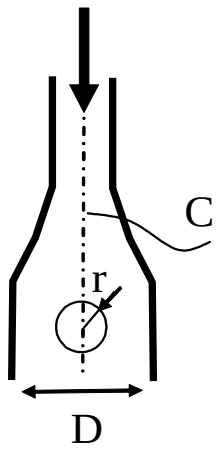


Vraag a) *(2 punten)* Geef een uitdrukking voor het debiet dat nodig is om de straal met een snelheid **v** uit de uitstroomopening te laten spuiten?

*Vraag b) *(3 punten)* Geef voor deze omstandigheden een uitdrukking voor de druk ten opzichte van de atmosferische druk in de leiding bij punt **B**?

Vraag c) *(3 punten)* Geef een uitdrukking voor de grootte van de verticale kracht die door het uitstroomstuk op de verbinding ter hoogte van **B** wordt uitgeoefend als gevolg van de druk en het stromende water. Het gewicht van het uitstroomstuk met water mag buiten beschouwing gelaten worden.

Elders in het systeem, waar het water van boven naar beneden stroomt, bevindt zich een luchtbel die zich niet eenvoudig laat verwijderen. Door het snel stromende water kan deze niet omhoog maar blijft ergens onder het punt **C** stil staan waar een snelheid $\mathbf{v_C}$ heerst. Beschouw de luchtbel als een bol met een dichtheid $\boldsymbol{\rho_l}$.



Vraag d) *(2 punten)* Wat moet de straal **r** van de luchtbel minimaal zijn om bij gegeven omstandigheden net niet door het water mee naar beneden genomen te worden?

Opgave 2
Op dit blad vult u de antwoorden voor opgave 2 in en werkt u met symbolen

NAAM: ……

Studienummer: ……..

Vraag a:

Q =

……..

Vraag b:

$p_B - p_a =$

…….

Vraag c:

$F_V =$

…….

Vraag d:

$r \geq$

……..

CONTROLEER OF NAAM EN STUDIENUMMER INGEVULD IS EN LEVER DIT BLAD IN SAMEN MET DE UITWERKING VAN OPGAVE 1

UITWERKINGEN DEELTENTAMEN CT1021E
Eulerse Balansen
d.d. 12 december 2012 van 9:00 - 10:30 uur

Opgave 1:
a) Het gewicht van de bak met inhoud moet volgens Archimedes gedragen worden door het gewicht van de verplaatste hoeveelheid water. Het totale gewicht is $(3000kg+25m^3 1300kg/m^3)10m/s^2=355000$ N dit moet gelijk zijn aan het verplaatste gewicht = $g\rho_z lbs$. Hieruit volgt dat de bak over een afstand **s**=1.39m in het water steekt. Het niveau van de bagger in de bak is 1m.

b) De resulterende kracht (positief naar rechts) is gelijk aan het drukverschil maal het oppervlak van de klep : $F=0.2^2*(p_z-p_b) = 0.2^2*(gh_{zk}\rho_z- gh_{bk}\rho_b)$, er volgt h_{bk} =1-0.25 = 0.75m en h_{zk}=1.39-0.25= 1.14m invullen met de overige gegevens levert: F=0.04*(11685-9750)=77,4 N omdat dit positief is staat de kracht naar rechts gericht, het zeewater wil de bak indringen.

c) Omdat het zeewater de bak instroomt kunnen we een horizontale stroomlijn bedenken van links via de opening naar rechts. Het drukverschil is 1935 Pa. Hiermee kan een kinetische energie $\frac{1}{2}\rho_z v^2$ gegenereerd worden. Hetgeen een snelheid v=1.94 m/s oplevert.

Opgave 2:
a) Het debiet volgt uit het product van oppervlak en snelheid $Q = vd^2\pi/4$

b) De druk p_B in punt B kan bepaald worden door energiebehoud toe te passen tussen de uitstroomopening en punt B: $p_a + \frac{1}{2}\rho_w v^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho_w {v_B}^2 + \rho_w gh$ de snelheid in B is ook bekend $v_B = v\frac{d^2}{D^2}$ zodat er volgt:

$$p_B - p_a = \rho_w \frac{1}{2} v^2 \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right) - \rho_w gh$$

c) Voor de kracht die uitgeoefend wordt op de verbinding moeten we kijken naar de bijdrage van de druk bij B en de verandering van de impuls. Dit levert op

$$F_B = p_B \frac{\pi}{4} D^2 + \rho_w Q v \frac{d^2}{D^2} - \rho_w Q v$$

d) De lucht bel wordt net niet meegenomen door de stroming wanneer er evenwicht van krachten is. Dat wil zeggen dat de som van de zwaartekracht, opwaartse kracht en weerstandskracht gelijk aan nul moet zijn. $F_{zw}-F_{opw}+F_w=0$, de krachten kunnen we uitschrijven in gegeven grootheden $\rho_l \frac{4}{3}\pi r^3 g - \rho_w \frac{4}{3}\pi r^3 g + \frac{1}{2}\rho_w \pi r^2 c_w v_c^2 = 0$

als we hier r uit oplossen vinden we $r \geq \frac{3}{8}\frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_l}\frac{c_w v_c^2}{g}$

Indien de dichtheid van de lucht hier verwaarloosd wordt, wordt dit ook goed gerekend.

TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Civiele Techniek en Geowetenschappen
Sectie Vloeistofmechanica

Vermeld op al uw uitwerk- en antwoordbladen: **NAAM** en **STUDIENUMMER.**

TENTAMEN

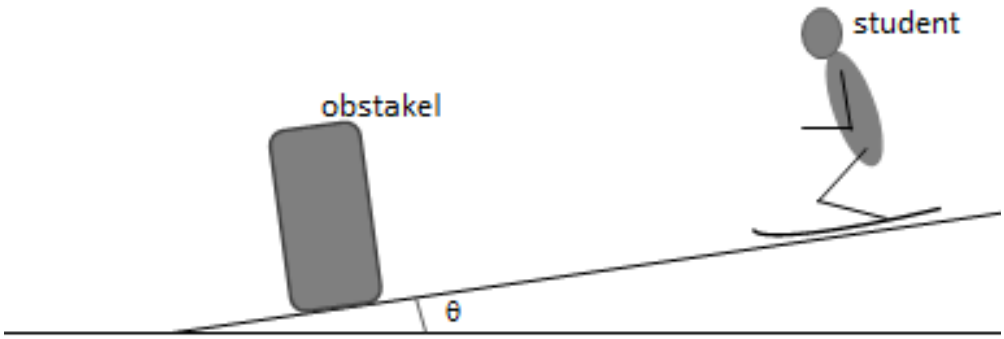
CT1021 DYNAMICA

d.d. 25 januari 2013 van 9:00 - 12:00 uur

- Het tentamen bestaat uit 4 vraagstukken met in totaal 14 onderdelen.
- Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven.
  In totaal zijn er 35 punten te behalen.
- Geef niet alleen de eind-antwoorden maar ook tussen-berekeningen. Dit is van belang voor de waardering van uw antwoord.
- Indien u het antwoord op een bepaald onderdeel niet hebt gevonden kiest u zelf een geschikte, maar niet onrealistische waarde, om eventueel in een volgend onderdeel mee verder te rekenen.
- Vergeet niet uw naam en studienummer op alle door u ingeleverde bladen te vermelden.
- Vraag 2 maakt u op het bijgevoegde antwoordformulier waarop u alleen het eindantwoord invult.
- Deze opgaven mag u houden.

Vraag 1

De sneeuw die vorige week gevallen is, maakt interessante dynamica mogelijk. Een student wil van de bibliotheek van de TUD af skiën. We beschouwen de situatie in een wat geschematiseerde vorm zoals in de tekening weergegeven.



Gegevens:
$\mathbf{m_A}$ = 75 kg, massa student
$\mathbf{v_0}$ = 4 m/s, beginsnelheid student
$\mathbf{m_B}$ = 125 kg, massa obstakel
$\mathbf{g}$ = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling
$\boldsymbol{\mu_s}$ = 0,05, wrijvingscoëfficiënt voor droge wrijving tussen ski's en sneeuw
$\boldsymbol{\theta}$ = 15°, hoek die de helling maakt met de horizontaal

Bovenaan de helling heeft de student een snelheid $\mathbf{v_0}$ en glijdt nu onder invloed van gegeven zwaartekracht en droge wrijving de helling af.

Opgave a) *(3 punten)* Geef een uitdrukking voor de snelheid als functie van de afgelegde weg langs de helling, en bereken de snelheid nadat de student 20 meter heeft afgelegd.

Halverwege de helling ziet de student een stilstaand obstakel met een massa van 125 kg en probeert te remmen. Dit helpt niet voldoende zodat er een onvermijdelijke botsing volgt. De student grijpt zich vast aan het obstakel en samen bewegen ze direct na de botsing met een snelheid van 1,5 m/s. De botsing zelf heeft maar heel kort geduurd.

Opgave b) *(3 punten)* Hoe groot was de snelheid van de student vlak vóór de botsing?

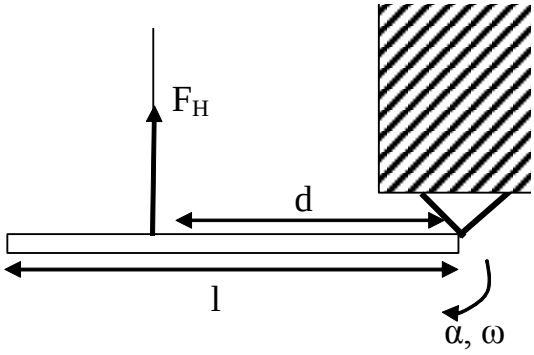
Opgave c) *(2 punten)* Hoeveel bewegingsenergie is er bij deze botsing verloren gegaan?

Vraag 2

Let op! Bij dit vraagstuk werkt u in symbolen en vult u het antwoordt in op bijgevoegd antwoordformulier.

Op een bouwplaats wordt de volgende hijsoperatie uitgevoerd. Op een lange slanke staaf met massa **m**, die aan de rechterkant kant opgehangen is aan een wrijvingsloos scharnier, wordt een kracht $\mathbf{F_H}$ uitgeoefend.

Gegevens:
l, lengte staaf
m, massa staaf
d, afstand tussen ophangpunten
g, zwaartekrachtsversnelling
$\mathbf{F_H}$, uitgeoefende kracht



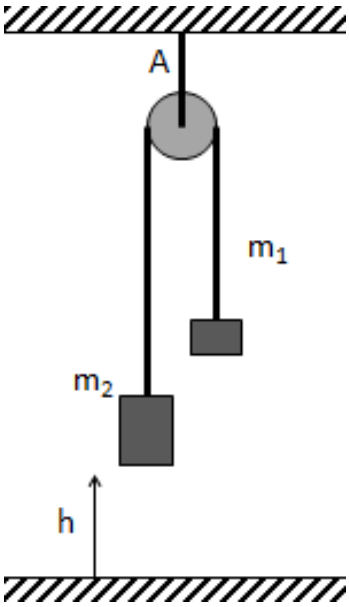
Opgave a) *(2 punten)* Teken alle relevante krachten die er op de staaft werken in de figuur op het antwoordformulier

Opgave b) *(3 punten)* Druk de hoekversnelling **α** van de staaf uit in de gegeven grootheden voor de getekende positie.

Opgave c) *(3 punten)* Geef een uitdrukking voor de verticale kracht die het scharnier op de staaf uitoefent.

Vraag 3

Twee blokken zijn via een massaloos koord met elkaar verbonden zoals in de figuur is aangegeven. Het koord loopt via een katrol die bij **A** is opgehangen aan het plafond. De katrol is massaloos en kan wrijvingsloos roteren. Het systeem komt vanuit rust in beweging op ***t***=0s. Op dat moment is de afstand tussen blok 2 en de vloer gelijk aan **h**.



Gegevens:
m_1 = 2 kg, massa blok 1
m_2 = 5 kg, massa blok 2
h = 2,5 m, afstand van blok 2 tot de vloer op ***t***=0s
g = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling

Opgave a) *(2 punten)* Maak voor de katrol, voor blok 1 en voor blok 2 afzonderlijk een vrij-lichaam-schema waarin alle relevante krachten ingetekend zijn.

Opgave b) *(3 punten)* Bepaal de versnelling $\boldsymbol{a_2}$ van blok 2.

Indien u het antwoord op bovenstaande opgave niet hebt kunnen geven rekent u verder met een waarde $\boldsymbol{a_2}$ = 1 m/s^2

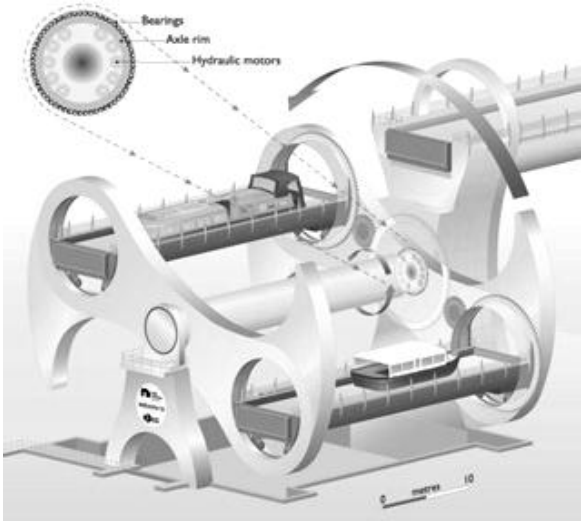
Opgave c) *(2 punten)* Wat is de kracht die er heerst in het ophangpunt van de katrol bij **A** tijdens deze beweging?

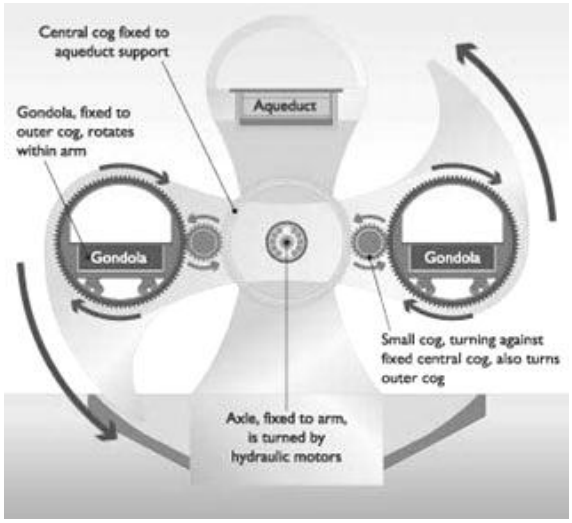
Opgave d) *(2 punten)* Welk vermogen (arbeid per tijdseenheid) levert de zwaartekracht op ***t***=1s aan blok 2?

Opgave e) *(2 punten)* Bereken de snelheid waarmee het blok 2 de grond raakt.

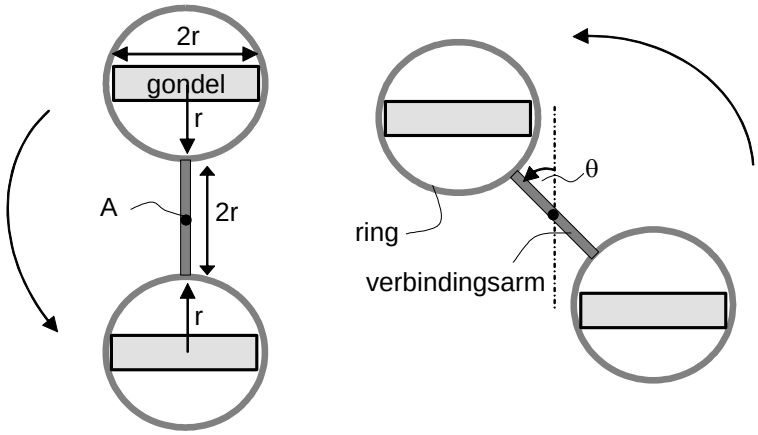
Vraag 4

In het Schotse plaatsje Falkirk is een bijzondere scheepslift 'The Falkirk Wheel' te vinden, die kleine schepen in één beweging over een verticale afstand van ongeveer 40 meter verplaatst (zie http://www.thefalkirkwheel.co.uk). De scheepslift bestaat uit twee identieke bakken gevuld met water (gondels) waar schepen ingevaren kunnen worden en welke waterdicht kunnen worden afgesloten. De bakken zijn symmetrisch aan een horizontale as gemonteerd middels twee grote armen. In de constructie zit een mechaniek dat ervoor zorgt dat bij het draaien van de armen de bakken horizontaal blijven.





Naast de vele interessant constructieve aspecten vraagt dit ontwerp natuurlijk ook aandacht voor de dynamica ervan. Hiertoe schematiseren we de constructie door alle eigenschappen te projecteren op het platte vlak en vervolgens de beweging in het platte vlak te analyseren, (zie schets hieronder). De verbindingsarm wordt opgevat als een slanke staaf met lengte **2r** en het mechaniek rondom de waterbakken (gondels) als een ring met straal **r**. De zwaartepunten van de bakken met water bevinden zich in de centra van de geschetste ringen.

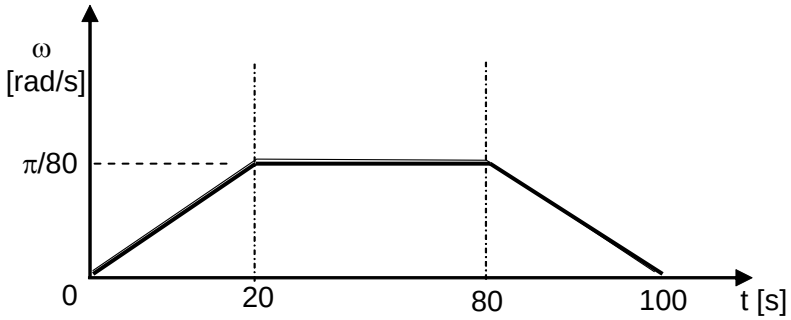


Gegevens:

m_b = 300000 kg, Massa met water gevulde bak,
m_r = 50000kg Massa ring ,
m_s = 50000kg Massa verbindingsarm,
r = 10 m, Straal ring,
g = 10 m/s^2, Zwaartekrachts versnelling,

Opgave a) *(3 punten)* Bereken het traagheidsmoment van de constructie voor rotatie rondom de centrale as A. Houd er rekening mee dat de twee gondels met water horizontaal blijven gedurende de rotatie en dus zelf niet roteren. Het zwaartepunt van een gondel bevindt zich in het midden van de ring.

Om de overtocht enigszins vloeiend te laten verlopen verdraait de constructie vanuit de stand $\boldsymbol{\theta}$=0 met een hoeksnelheid $\boldsymbol{\omega = d\theta/dt}$, die als functie van de tijd verloopt zoals geschetst in de grafiek.



Opgave b) *(3 punten)* Bereken het maximaal benodigde krachtmoment dat door de centrale as **A** geleverd moet worden om de geschetste beweging te kunnen uitvoeren.

Opgave c) *(2 punten)* Bereken de grootte van de horizontale kracht die de constructie uitoefent op een enkele gondel in de positie **θ**=π/2 rad.

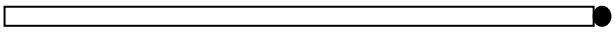
Vraag 2

Op dit blad vult u de antwoorden voor vraag 2 in en werkt u met symbolen

NAAM: ……

Studienummer: ……..

Opgave a:



Opgave b:

α = ……..

Opgave c:

F_{VERT} = …….

CONTROLEER OF NAAM EN STUDIENUMMER INGEVULD IS EN LEVER DIT BLAD IN SAMEN MET DE OVERIGE UITWERKINGEN

Uitwerkingen tentamen CT1021D d.d. 25 januari 2013

Vraag 1)

a) De student beweegt langs een helling onder invloed van zwaartekracht en wrijvingskracht. Er heerst een constante versnelling $a=g\sin\theta-\mu g\cos\theta=2{,}1$ m/s^2, zodat we voor de snelheid als functie van de afgelegde weg kunnen schrijven $v^2=v_0^2+2a(s-s_0)$. Met de gegeven beginsnelheid en de gevonden versnelling levert dit $v=\sqrt{\{16 + 4{,}2*20\}}=10$ m/s.

b) Tijdens deze kortdurende inelastische botsing blijft impuls behouden: $(m_A+m_B)v_2=m_Av_1$ =300kgm/s waaruit volgt dat v_1=4 m/s.

c) $T_{voor}=½m_A(v_1)^2$=600J na de botsing geldt: $T_{na}=½(m_A+m_B)v_2^2$ =225J met als verschil het energieverlies T_{voor} -T_{na}= 375J.

Vraag 2)

a) Naast de getekende kracht F_H is er de zwaartekracht die in het midden van de staaf aangrijpt. Daarnaast neemt het scharnier een kracht op die een horizontale en een verticale component heeft.

b) De hoekversnelling volgt uit de verandering van het impulsmoment van de staaf. Dit is het eenvoudigst te bepalen ten opzichte van het scharnierpunt, omdat we dan de krachten in het scharnier niet hoeven te kennen. Er volgt dan $I_s\alpha = dF_H - ½lmg$, met $I_s = ⅓ml^2$ volgt dan $\alpha= (3dF_H/l-3mg/2)/(ml)$.

c) De verticale kracht $F_{S,V}$ is bijvoorbeeld te halen uit een beschouwing van de verandering van de impuls van het massacentrum van de staaf $ma_{mc} =\Sigma F$. Met de bekende hoekversnelling van onderdeel b volgt: $a_{mc}=\alpha½l$. Nu is $ma_{mc}=F_H-mg+F_{S,V}$. Hieruit volgt $F_{S,V}=mg+\alpha½l-F_H$.

Vraag 3

a) Op beide blokken werken de zwaartekracht en de spankracht in het touw. Op de katrol werken twee maal de spankracht in het touw en de kracht in het ophangpunt bij A.

b) We moeten het stelsel als geheel nemen om de spankracht in het touw te kunnen bepalen. Met de positieve richting verticaal omhoog geldt voor blok 1:
$-m_1g+F_s=m_1a_1$ en voor blok 2: $-m_2g+F_s=m_2a_2$, en omdat het koord niet rekt geldt $a_1=-a_2$. Door F_s te elimineren krijgen we als oplossing: $a_2 =-4{,}29$ m/s^2

c) Met b) is de spankracht in het touw te bepalen. $F_s=m_2a_2+ m_2g=-21{,}45+50=28{,}55$N, De kracht in A is dan twee maal deze grootte $F_A=57{,}1$N

d) Het vermogen wordt bepaald als het product van de kracht en snelheid. De zwaarte kracht is $F_{zw}=m_2g$ en de snelheid na 1 seconde is $v_{2,(t=1s)}=4{,}29$ m/s in dezelfde richting als de zwaartekracht. Deze verricht dus een positieve arbeid op blok 2. Na 1 seconde is de arbeid per tijdseenheid $F_{zw}v_{2,(t=1s)} =214{,}5$W

e) Als massa 2 de grond raakt, is deze over een afstand van 2,5 meter gezakt terwijl massa 1 over een afstand van 2,5 meter omhoog gegaan is. De potentiele energie is afgenomen en deze is omgezet in kinetische energie $(m_2-m_1)gh=½(m_1+m_2)v_{2b}^2$ Dus $v_{2b}=4{,}63$ m/s

Vraag 4

a) De constructie is opgebouwd uit de verbindingsarm, twee ringen en de twee gondels. De ringen zijn star verbonden aan de arm terwijl de gondels niet meedraaien en dus alleen een massa vertegenwoordigen die op een afstand 2r van A beweegt. Het totale traagheidsmoment wordt dan $I_A= I_{arm} +2I_{ring}+2m_b(2r)^2=m_s(2r)^2/12+2\{m_rr^2+ m_r(2r)^2\}+2m_b(2r)^2 =292\cdot10^6$ kgm^2.

b) Voor het krachtmoment dat door de as geleverd moet worden geldt $M_A=I_Ad\omega/dt$, de maximale waarde voor de hoekversnelling die uit de grafiek is af te lezen bedraagt $\pi/80$ rad/s per 20 seconden geeft $\alpha=\pi/1600=2.0\cdot10^{-3}$ rad/s^2. Met het hierboven gevonden traagheidsmoment vraagt dit dus een krachtmoment $M_A=I_A\alpha= 583$ kNm

c) De hoek $\theta=\pi/2$ rad wordt op t=50s bereikt, daarbij staat de arm horizontaal en kan uit de grafiek afgelezen worden dat de hoeksnelheid gelijk is aan $\omega=\pi/80$ rad/s. Onder deze omstandigheden ondergaat de gondel een centripetale versnelling van $a_n = -\omega^2 2r$ waar een kracht in de richting van de as voor nodig is ter grootte $F_{cp}= m_b\ \omega^2 2r=9{,}25$ kN. Bij een stand $\theta=\pi/2$ is dit dus de gevraagde horizontale kracht.

TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Civiele Techniek en Geowetenschappen

TENTAMEN

CTB1210 DYNAMICA en MODELVORMING

d.d. 16 april 2014 van 18:30 - 21:30 uur

- **Let op!**
  - Maakt u **CTB1210** dan maakt u opgaven 1 t/m 4.
  - Maakt u **CT1021D** + **CT1021E** dan maakt u opgaven 1 t/m 4.
  - Maakt u alléén **CT1021D** dan maakt u opgaven 1 t/m 3 en opgave 6.
  - Maakt u alléén **CT1021E** dan maakt u opgaven 4 en 5. **Deze levert u voor 20:00uur in.**

- Lever ieder vraagstuk op een **apart** vel in en maak gebruik van het invul-formulier voor opgave 3.

- Vergeet niet uw naam en studienummer op **alle** door u ingeleverde bladen te vermelden.

- Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven.

- Geef niet alleen de eind-antwoorden maar zo nodig ook tussen-berekeningen. Dit is van belang voor de waardering van uw antwoord.

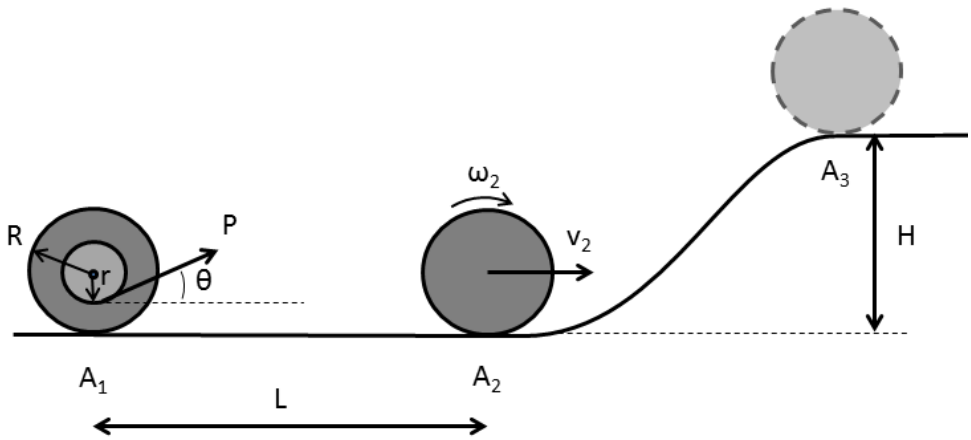
- Indien u het antwoord op een bepaald onderdeel niet hebt gevonden kiest u zelf een geschikte maar niet onrealistische waarde om eventueel in een volgend onderdeel mee verder te rekenen.

- U mag dit tentamen meenemen.

Het gebruik van een standaard (grafische) rekenmachine en van het formuleblad uit het boek is toegestaan

Opgave 1

Een wiel, op te vatten als een homogene ronde schijf, beweegt zuiver rollend langs een baan van $\mathbf{A_1}$ naar $\mathbf{A_3}$. Op punt $\mathbf{A_2}$ heeft het wiel een snelheid van $\mathbf{v_2}$ en een hoeksnelheid $\boldsymbol{\omega_2}$ Tijdens de beweging van $\mathbf{A_1}$ naar $\mathbf{A_2}$ werkt er een kracht **P** in de aangegeven richting. Voorbij $\mathbf{A_2}$ werkt die kracht niet meer. Tussen het wiel en de ondergrond heerst droge wrijving.



Gegevens:
M=20 kg, massa wiel,
P=40N, grootte van de kracht die werkt tussen $\mathbf{A_1}$ en $\mathbf{A_2}$,
L=5m, afstand tussen $\mathbf{A_1}$ en $\mathbf{A_2}$,
H=2m, hoogteverschil tussen $\mathbf{A_2}$ en $\mathbf{A_3}$,
R=0,5m, straal van het wiel,
r= 0,3m, afstand tot het centrum van het wiel waaronder **P** aangrijpt,
θ=15°, hoek ten opzichte van de horizontaal waaronder **P** aangrijpt,
g= 9,8 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling.
$\mathbf{v_2}$=6 m/s, snelheid van het wiel bij $\mathbf{A_2}$

Vraag a) *(2 punten)* Hoeveel kinetische energie verliest het wiel op weg van $\mathbf{A_2}$ naar $\mathbf{A_3}$?

Vraag b) *(2punten)* Hoe groot moet de snelheid van het wiel in $\mathbf{A_2}$ minimaal zijn om punt $\mathbf{A_3}$ net te bereiken ?

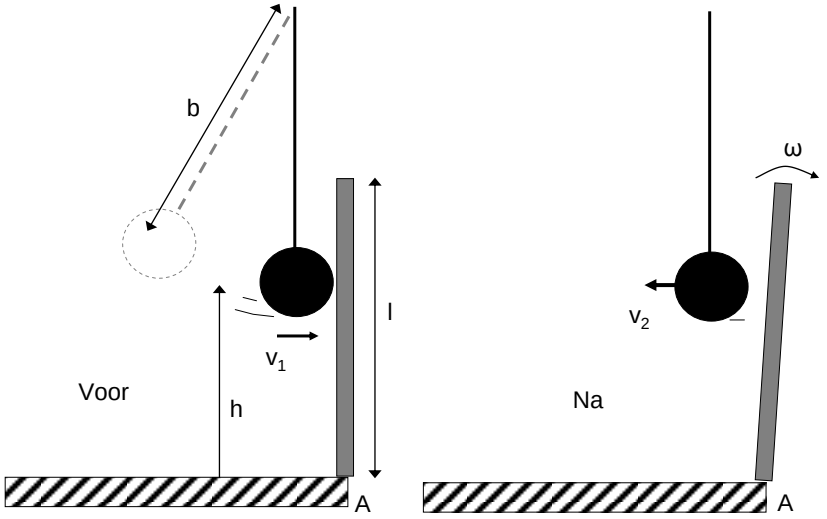
In $\mathbf{A_2}$ heeft het massamiddelpunt van het wiel een lineaire snelheid van $\mathbf{v_2}$. De kracht **P** die tijdens het traject van $\mathbf{A_1}$ naar $\mathbf{A_2}$ werkt heeft steeds de richting en het aangrijpingspunt zoals in de tekening is weergegeven.

Vraag c) *(2punten)* Wat was de lineaire snelheid $\mathbf{v_1}$ van het wiel in punt $\mathbf{A_1}$? Ga er hierbij vanuit dat het wiel tussen $\mathbf{A_1}$ en $\mathbf{A_2}$ niet slipt.

Vraag d) *(3punten)* Wat moet de coëfficiënt voor droge wrijving minimaal zijn om ervoor te zorgen dat het wiel niet slipt als de wiel van $\mathbf{A_1}$ naar $\mathbf{A_2}$ beweegt?

Opgave 2

Bij de sloop van een gebouw worden verschillende hulpmiddelen gebruikt. Eén daarvan is de sloopkogel, een zware bal die met een kabel verbonden is aan een hijskraan. In dit voorbeeld wordt de sloopkogel in beweging gebracht en raakt met een snelheid $\mathbf{v_1}$ een betonnen paneel op een hoogte **h** boven de grond. Dit paneel begint bij de botsing te roteren om het ondersteuningspunt A zonder wrijving, terwijl de kogel met een snelheid $\mathbf{v_2}$ terug beweegt.



Gegevens:
l = 6 m, lengte balk
h = 4 m, verticale afstand tot positie A
b = 6 m, afstand zwaartepunt kogel tot rotatiepunt
g = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling
$\mathbf{m_b}$ = 500 kg, massa bal
$\mathbf{m_p}$ = 2000 kg massa paneel
$\mathbf{v_1}$ = 1 m/s, snelheid van sloopkogel juist voor de botsing
$\mathbf{v_2}$ = 0.5 m/s, snelheid van sloopkogel juist na de botsing

Vraag a) *(2 punten)* Hoe groot is de kracht in de kabel juist voordat de bal het paneel raakt?

Vraag b) *(3 punten)* Hoe groot is hoeksnelheid van het paneel direct na de klap? Geef aan waarom voor het antwoord geen gebruik gemaakt kan worden van impulsbehoud of energiebehoud.

Vraag c) *(2 punten)* Hoe groot is de hoekversnelling van het paneel op het moment dat deze een hoek van 30° met de verticaal maakt een nog steeds rond punt A roteert?

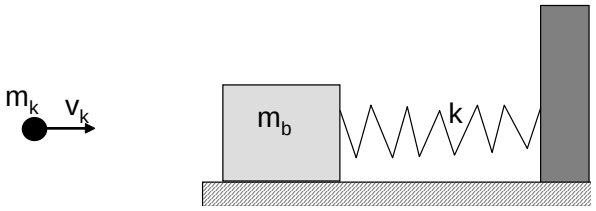
Vraag d) *(3 punten)* Hoe groot is de hoeksnelheid op dat moment?

Opgave 3

Let op! Bij deze opgave maakt u gebruik van het antwoordformulier.

In een testopstelling wordt een kogel met hoge snelheid in een stilstaand blok geschoten. Zoals te zien is in de tekening, is het blok verbonden aan een vast punt door middel van een lineaire veer met veerconstante **k**.

Gegevens:
$\mathbf{m_k}$=0.1 kg, massa kogel,
$\mathbf{m_b}$=4 kg, massa blok,
$\mathbf{v_k}$=100 m/s, snelheid kogel,
k = 1 kN/m, veerconstante,
g = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling



In eerste instantie verwaarlozen we de wrijving tussen het blok en de ondergrond.

Vraag a) Wat is de snelheid van het blok direct na de inslag van de kogel?
(2 punten)

Vraag b) Hoe ver wordt de veer maximaal ingedrukt?
(3 punten)

Vraag c) Wat is de versnelling van het blok bij deze maximale indrukking?
(2 punten)

Vraag d1) **Dit onderdeel is voor CTB1210 bedoeld, niet voor CT1021D**
(3 punten) Wat is de karakteristieke periodetijd voor de beweging die het blok uitvoert?

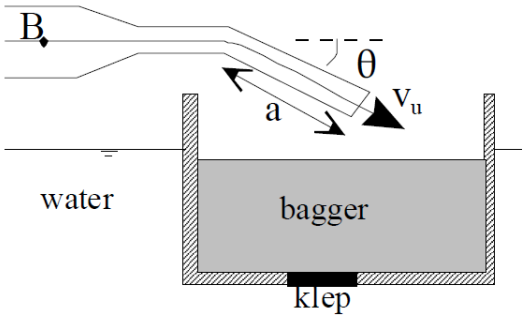
In werkelijkheid heerst er droge wrijving tussen het blok en de ondergrond met een coëfficiënt **μ**=0.2

Vraag d2) **Dit onderdeel is voor CT1021D bedoeld, niet voor CTB1210**
(3 punten) Wat is voor deze situatie de maximale indrukking van de veer?

Opgave 4

Bij een baggerproject wordt een rechthoekige stalen bak met massa **m**, breedte **b**, lengte **l**, en hoogte **h**, die in het water drijft, volgespoten met bagger. Bagger is hier op te vatten als een vloeistof met dichtheid ρ_b. De bagger wordt aangevoerd via een rechte horizontale pijpleiding die voorbij het punt **B** overgaat in een stuk met kleinere diameter dat vervolgens afbuigt naar beneden naar de uitstroomopening.

Gegevens:



$\mathbf{d_B}$ = 0.5 m, diameter buis bij punt B
$\mathbf{d_u}$ = 0.25 m, diameter uitstroomopening
$\mathbf{v_u}$ = 5 m/s, snelheid aan uitstroomopening
ρ_b = 1500 kg/m^3, dichtheid van bagger
ρ_w = 1000 kg/m^3, dichtheid van water
g = 10 m/s^2, zwaartekrachtsversnelling
m = 50000 kg, massa van de stalen bak
l = **b** = **h** = 10 m, afmetingen van de bak
d = 2 m, diameter klep
a = 4 m, lengte van stuk pijp bij uitstroomopening
θ = 15˚, hoek die uitstroomopening maakt ten opzichte van de horizontaal

Vraag a) *(3 punten)* Bereken hoe hoog het baggerniveau in deze bak kan worden voordat er ofwel bagger over de rand uitloopt ofwel water naar binnen loopt. De dikte van de stalen wanden mag klein verondersteld worden ten opzicht van de overige afmetingen.

In de bodem van de bak zit een cirkelvormige klep met diameter **d**.

Vraag b) *(2 punten)* Bereken de grootte en richting van de resulterende kracht die door het water en de bagger op de klep wordt uitgeoefend wanneer de bak volgeladen is.

De bagger wordt vanaf het baggerschip in de bak gespoten zoals in de tekening geschetst is.

Vraag c) *(3 punten)* Bereken de grootte van de horizontale kracht waarmee de bak op z'n plaats moet worden gehouden zolang er bagger in de bak gespoten wordt.

---------- dit was de laatste vraag voor de herkansing CTB1210 ----------

---------- dit was ook de laatste vraag voor de herkansing CT1021D+E ----------

Opgave 5
Deze opgave maakt u als u alleen CT1021E herkanst.

maak gebruik van de figuur en gegevens van opgave 4

Vraag a) Bereken de druk die er moet heersen in het punt B juist voor de vernauwing in de pijp. Verwaarloos hierbij de atmosferische druk en de mogelijke wrijving in de buis.
(3 punten)

Vraag b) Bereken de snelheid waarmee het baggerniveau in de bak stijgt.
(2 punten)

Op grote afstand van het baggerproject wordt een bol met straal **R**=0,5 m en massa **M=** 1000 kg onder water vanuit stilstand losgelaten. Voor de weerstandscoëfficiënt die hoort bij de turbulente omstroming van een bol, kiezen we $\mathbf{c_w}$=0,5.

Vraag c) Wat is de versnelling waarmee de bol zal gaan bewegen?
(2 punten)

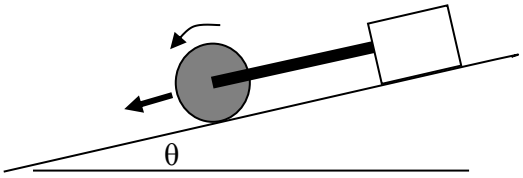
Vraag d) Wat is de constante eindsnelheid die de bol uiteindelijk bereikt?
(2 punten)

Opgave 6
Deze opgave maakt u als u alleen CT1201D herkanst.

Werk bij deze opgave in symbolen

Een massieve cilinder is met een slanke staaf verbonden aan een blok zoals aangegeven in de schets hiernaast. De verbindingen tussen de staaf, waarvan de massa verwaarloosd mag worden, en de cilinder bestaat uit een wrijvingsloos lager. Het lager zorgt ervoor dat de afstand tussen de cilinder en het blok constant blijft en het geheel als een soort van karretje naar beneden gaat. Tussen de cilinder en de helling heerst droge wrijving zodat er sprake is van zuiver rollen, de wrijving tussen het blok en de ondergrond mag verwaarloosd worden.

Gegevens
g, zwaartekrachtsversnelling
$\mathbf{m_m}$, massa massieve cilinder
$\mathbf{m_b}$, massa blok
r, straal van cilinder
θ, hellingshoek talud



Vraag a) *(2 punten)* Stel voor de cilinder een vrij lichaamsschema op.

Vraag b) *(3 punten)* Geef een uitdrukking voor de versnelling waarmee dit samengestelde voorwerp van de helling gaat, indien er voor de cilinder sprake is van zuiver rollen en het blok wrijvingsloos beweegt.

Vraag c) *(2 punten)* Hoe groot is de kracht die er dan in de staaf heerst?

Vraag d) *(3 punten)* Wat is de snelheid van het voorwerp op het moment dat het vanuit stilstand een afstand **L** langs de helling heeft afgelegd?

Uitwerkingen CTB1210 april 2014

Opgave 1)

a) Kinetische energie wordt omgezet in potentiele energie V=MgH=392 J

b) De totale kinetische energie moet groter of gelijk zijn aan het verlies. $\frac{1}{2}Mv_2^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \geq 392$ J met $I = \frac{1}{2}MR^2$, bij zuiver rollen geldt: $v_2 = R\omega_2$ dus $\frac{1}{2}Mv_2^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}Mv_2{}^2 = \frac{3}{4}Mv_2^2 \geq 392$ J hieruit volgt dat $v_2 \geq 5{,}11$ m/s, dus de gegeven 6 m/s is ruim voldoende.

c) Omdat we de wrijvingskracht niet kennen, kunnen we gebruik maken van het momentane rotatiecentrum A, waar het wiel de grond raakt. Het traagheidsmoment ten opzichte van dat punt is $I_A = \frac{3}{2}MR^2 = 7{,}5$ kgm^2, bij A_1 is het krachtmoment te bepalen als $M_A = Pcos\,\theta(R - r) = 7{,}73$ Nm zodat voor de hoekversnelling geldt: $\alpha = \frac{M_A}{I} = \frac{7{,}73}{7{,}5} = 1{,}03$ rad/s^2. Nu kunnen we de hoeksnelheden aan de afgelegde weg koppelen via $L = R\Delta\theta,\ \Delta\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ en $\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$ hieruit volgt: $t = 0{,}865$ s, $\omega_1 = 11{,}11\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ en $v_1 = 5{,}55$ m/s

Een alternatieve methode is te kijken naar de verrichte arbeid door het krachtmoment ten opzichte van A. $M_A\Delta\theta = \frac{1}{2}I_A(\omega_2^2 - \omega_1^2)$ hieruit volgt direct $\omega_1 = 11{,}11\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Let op, dit kun je niet doen door naar de verrichte arbeid van de kracht te kijken, je kent immers de wrijvingskracht niet.

d) Om niet te slippen moet er gelden: $Pcos\,\theta - \mu(Mg - Psin\theta) = M\alpha R$ zodat voor de waarde van μ geldt dat deze minstens 0,15 moet zijn.

Opgave 2)

a) De kabel moet het gewicht van de kogel dragen en de centripetale kracht van de cirkelbeweging leveren. $F_k = m_b g + m_b v_1^2/b$ = 5083 N

b) Bij de klap gaat er energie verloren en wordt er in A een kracht geleverd zodat deze behoudswetten niet opgaan. Ten opzichte van A geldt er voor het geheel wel behoud van impulsmoment. Er is immers geen krachtmoment om A te vinden. Dus $m_b v_1 h = I_A\omega_0$ met $I_A = \frac{1}{3}m_p l^2$ volgt $\omega_0 = \frac{3\,m_b v_1 h}{m_p l^2}$ =0,021 rad/s.

c) Onder een hoek van 30° is het alleen het krachtmoment van de zwaartekracht dat de hoekversnelling levert. $I_A\alpha = \frac{1}{2}l\sin\theta\, m_p g$ zodat α=1,25 rad/s^2

d) De hoeksnelheid kan bepaald worden door gebruik te maken van energiebehoud.

$$\frac{1}{2}I_A(\omega_1^2 - \omega_0^2) = m_p g\frac{1}{2}l(1 - cos\theta) \text{ zodat } \omega_1 = 0{,}82 \text{ rad/s}$$

Opgave 3)

a) Er is hier sprake van impulsbehoud, niet van energiebehoud. Dus $m_k v_k = (m_k + m_b)v_2$ zodat $v_2 = 2{,}44\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

b) Vervolgens is er wel sprake van energie behoud een zal de volledige kinetische energie van de beweging omgezet worden in potentiele veerenergie. $\frac{1}{2}(m_b + m_k)v_2^2 = \frac{1}{2}kx_{max}^2$ zodat x_{max}= 0,16m

c) De maximale versnelling wordt verkregen door te kijken naar de maximale kracht. Omdat er geen andere kracht werkt dan de veerkracht volgt de versnelling direct uit de tweede wet van Newton. $a = \frac{F}{m_b+m_k} = \frac{kx_{max}}{m_b+m_k}$ = 38 m/s^2

d1) Dit is een tweede-orde systeem waarvan de karakteristieke tijd bepaald wordt door de massa en de veerconstante. $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}}$ = 0,4 s

d2) Nu moet er ten opzicht van onderdeel b) bekeken worden hoeveel energie er verloren gaat in de droge wrijving. $\frac{1}{2}(m_b + m_k)v_2^2 = \mu(m_b + m_k)gx_{mw} + \frac{1}{2}kx_{mw}^2$door deze tweedegraads vergelijking op te lossen volgt voor de positieve wortel x_{mw}=0,148m

Opgave 4)

a) Volgens Archmedes kan er een gewicht gedragen worden gelijk aan het gewicht van de verplaatste hoeveelheid vloeistof. Omdat de bak een eigen gewicht heeft en omdat de bagger een hogere dichtheid dan water heeft zal bij een gevulde bak water naar binnen stromen en steekt de bak precies over een lengte h in het water. Dus $\rho_w lbhg = mg + \rho_b lbcg$, met *c* het niveau van de bagger. Dus *c*=6,33m.

b) Door te kijken naar de hydrostatische druk aan boven- en onderkant en deze te vermenigvuldigen met het oppervlak van de klep, kan de resulterende kracht verkregen worden. $F_{res} = (\rho_w h - \rho_b c)g\frac{\pi}{4}d^2$ = 157 kN.

c) De binnenkomende impulsstroom Sv_u levert een kracht waarvan de horizontale component gegeven is met: $Sv_u cos\theta = \rho_b \frac{\pi}{4} d_u^2 v_u^2 cos\theta$ =1778 N

Opgave 5)

a) Gebruik makend van Bernouli en met de constatering dat net buiten de opening atmosferische druk heerst volgt: $p_B + \frac{1}{2}\rho_b v_B^2 + \rho_b g a sin\theta = p_a + \frac{1}{2}\rho_b v_u^2$ dus met v_B=v_u /4=1,25 m/s, $p_B = \frac{1}{2}\rho_b(v_u^2 - v_B^2) - \rho_b g a sin\theta$ = 2049 Pa

b) Gebruik maken van massabehoud zal de stijgsnelheid bepaald worden door het debiet $\frac{dc}{dt} = v_u \frac{\pi}{4} d_u^2/(lb)$=2,5 mm/s

c) De bol zal gaan bewegen vanuit stilstand met een versnelling die hoort bij de resulterende kracht $a = F_{res}/M$ hierbij is $F_{res} = g\left(M - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_w\right)$ = 4764N

d) De constante eindsnelheid zal worden bereikt als er geen resulterende kracht meer werkt. Met andere woorden, $F_{res} = \frac{1}{2}\rho_w c_w \pi R^2 v_e^2$ hieruit volgt v_e = 4,9 m/s

Opgave 6)

a) -

b) Uit de impulsvergelijking volgt: $(m_m + m_b)a = (m_m + m_b)gsin\theta - F_w$
Op grond van het impulsmoment van de cilinder volgt: $\frac{\frac{1}{2}m_m r^2 a}{r} = F_w r \; dus \; F_w = \frac{1}{2}m_m a$ Als we F_w elimineren volgt $a = \frac{m_m + m_b}{m_b + \frac{3}{2}m_m} gsin\theta$

c) $F_{staaf} = m_b gsin\theta - m_b a$

d) $\frac{1}{2}m_m r^2\omega^2 + \frac{1}{2}(m_b + m_m)r^2\omega^2 = (m_b + m_m)gLsin\,\theta$