CTB1310 (voorheen CT1041)

Constructiemechanica 2

Tentamenbundel Civiele Techniek
Het Gezelschap "Practische Studie"

LET OP! EEN REPRODUCERENDE LEERSTIJL IS SCHADELIJK VOOR DE ACADEMISCHE VORMING

April2017
April 2016
Juli 2012*
Juni 2011*
Juni 2010*
April 2010*

*LET OP: Deze tentamens zijn al vrij oud. Voor een groot deel is de stof hetzelfde gebleven en zijn deze tentamens dus nog representatief. Maak zelf een inschatting welke onderdelen nog passen bij de huidige opzet van het vak.

Vul dit schema in om een overzicht te hebben van welke onderwerpen van het vak al goed gaan en welke je nog moet oefenen

	April 2017		April 2016		Juli 2012		Juni 2011		Juni 2010		April 2010	
Vraag	Onderwerp	Goed?	Onderwerp	Goed?	Onderwerp	Goed?	Onderwerp	Goed?	Onderwerp	Goed?	Onderwerp	Goed?
1												
2												
3												
4												
5												
6												

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG **STUDIENUMMER** | | | | | | | |

Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2 **NAAM**

18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

Antwoordformulier
CTB1310
Constructiemechanica 2 5 ECTS

Maak alle opgaven op dit antwoordformulier. Lever dit formulier in.
Kladpapier wordt niet ingenomen.

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Tenzij anders vermeld wordt het **eigen gewicht van een constructie buiten beschouwing** gelaten.

Een blad met relevante **vergeet-me-nietjes** voor buigvervorming is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Een blad met relevante **oppervlakte-eigenschappen** voor gebruik bij de momentenvlakstellingen is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Benut controlemogelijkheden om rekenfouten te vermijden.
Maak de opgaven in een volgorde naar eigen keuze.
Let op: er zijn 6 **opgaven.**

vraag	score
1	
2	
3	
4	
5	
6	
totaal	

Technische Universiteit Delft

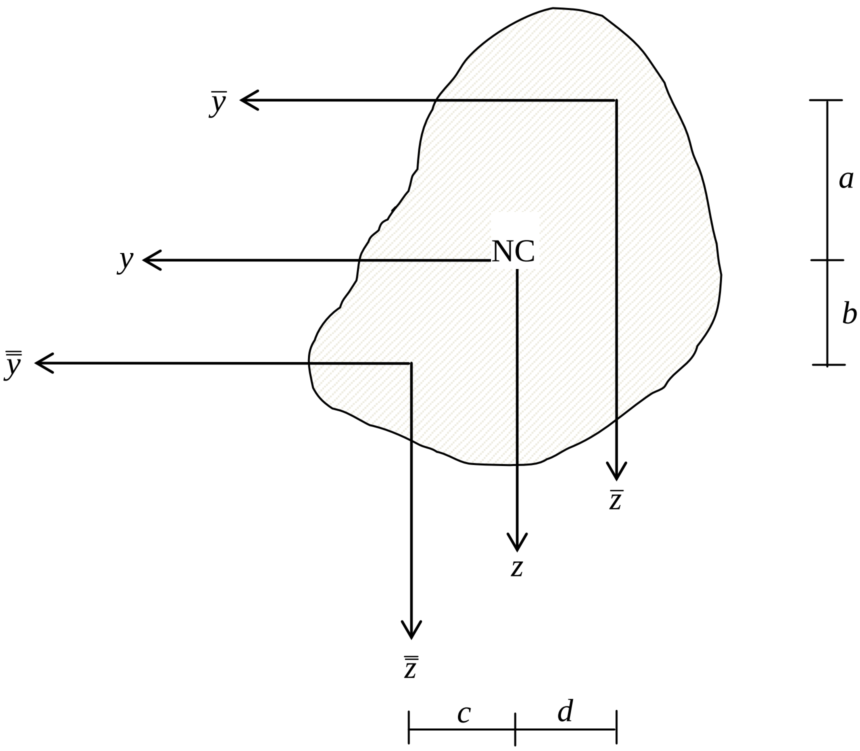
Faculteit CiTG **STUDIENUMMER**

Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2 **NAAM**

18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

OPGAVE 1 (gewicht 0,75 - ongeveer 20 minuten)

Gegeven: onderstaande willekeurige doorsnede met oppervlakte *A*. Drie assenstelsels en de afstanden tussen de assen zijn aangegeven. NC is het normaalkrachtencentrum/zwaartepunt van de doorsnede. De traagheidsmomenten $I_{\bar{z}\bar{z}}$ en $I_{\bar{y}\bar{y}}$ in het enkel-overstreepte assenstelsel zijn gegeven.



Gevraagd:

a. Het traagheidsmoment $I_{\bar{\bar{z}}\bar{\bar{z}}}$ in het dubbel-overstreepte assenstelsel, uitgedrukt in $I_{\bar{z}\bar{z}}$ (in het enkel-overstreepte assenstelsel), *A*, *a*, *b*, *c*, *d*.

STUDIENUMMER

NAAM

b. Het traagheidsmoment $I_{\bar{\bar{y}}\bar{\bar{y}}}$ in het dubbel-overstreepte assenstelsel, uitgedrukt in $I_{\bar{y}\bar{y}}$ (in het enkel-overstreepte assenstelsel), *A*, *a*, *b*, *c* en *d*.

Technische Universiteit Delft

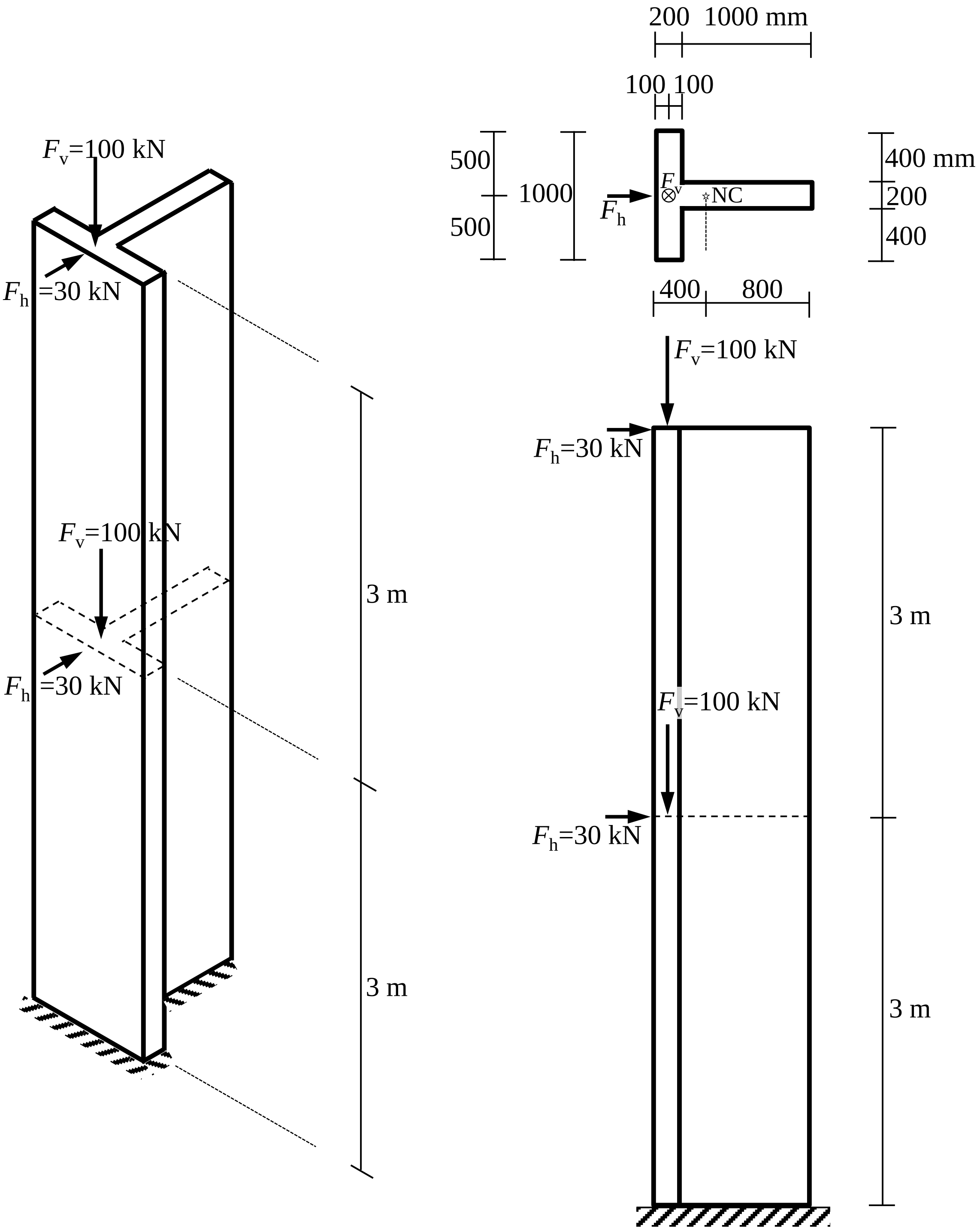
Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER

NAAM

OPGAVE 2 (gewicht 2,25 - ongeveer 40 minuten)

Gegeven: een gedeelte van een metselwerkconstructie uit Groningen, bestaande uit wanden van twee verdiepingen hoog. Het betreft een gedeelte van een dwarswand en een gedeelte van een langswand die in verband gemetseld zijn, zodat ze samen een samengestelde T-vormige doorsnede vormen, als aangegeven. De T-vormige “kolom” is aan de onderzijde ingeklemd.



STUDIENUMMER

NAAM

De constructie wordt belast door twee verticale puntlasten F_v ter plaatse van de verdiepingen, als aangegeven. Deze verticale puntlasten representeren de belastingen afkomstig van de eerste en tweede verdiepingsvloer. De constructie wordt eveneens belast door twee horizontale puntlasten F_h ter plaatse van de verdiepingen, als aangegeven. Deze horizontale puntlasten representeren de seismische krachten ten gevolge van een aardbeving.
Afmetingen, maten van de doorsnede, groottes en posities van de vier puntlasten zijn aangegeven.

Gevraagd:

a. Verifieer de ligging van het normaalkrachtencentrum NC van de doorsnede.

b. Bepaal het relevante traagheidsmoment van de (dikwandige) T-vormige doorsnede.
Aanwijzing: dit ligt tussen 5×10^{10} en 6×10^{10} mm^4 .

STUDIENUMMER

NAAM

c. Schematiseer de T-vormige “kolom” tot een lijnelement. Schets onderstaand de normaalkrachtenlijn. Zet waarden en tekens erbij.

d. Schematiseer de T-vormige “kolom” tot een lijnelement. Schets onderstaand de momentenlijn ten gevolge van de verticale puntlasten en de horizontale puntlasten samen. Zet waarden en buigtekens erbij. Het verdient aanbeveling eerst de afzonderlijke momentenlijnen ten gevolge van de verticale puntlasten en ten gevolge van de horizontale puntlasten te schetsen, en dan de momentenlijn voor het totaal.

STUDIENUMMER

NAAM

e. Bepaal de resulterende spanningen (ten gevolge van normaalkracht en buiging) voor de inklemmingsdoorsnede. Geef schetsen van het spanningsdiagram, met tekens en waarden. Splits in normaalkracht en buiging, en sommeer.

STUDIENUMMER

NAAM

f. Stel: de schuifsterkte in de horizontale voegen van het metselwerk is gelijk aan 0.3 N/mm^2.
Gevraagd: is het aannemelijk dat in deze metselwerkconstructie bezwijken op afschuiving (langs de horizontale voegen) zal plaatsvinden? Motiveer uw antwoord met een berekening.

Technische Universiteit Delft

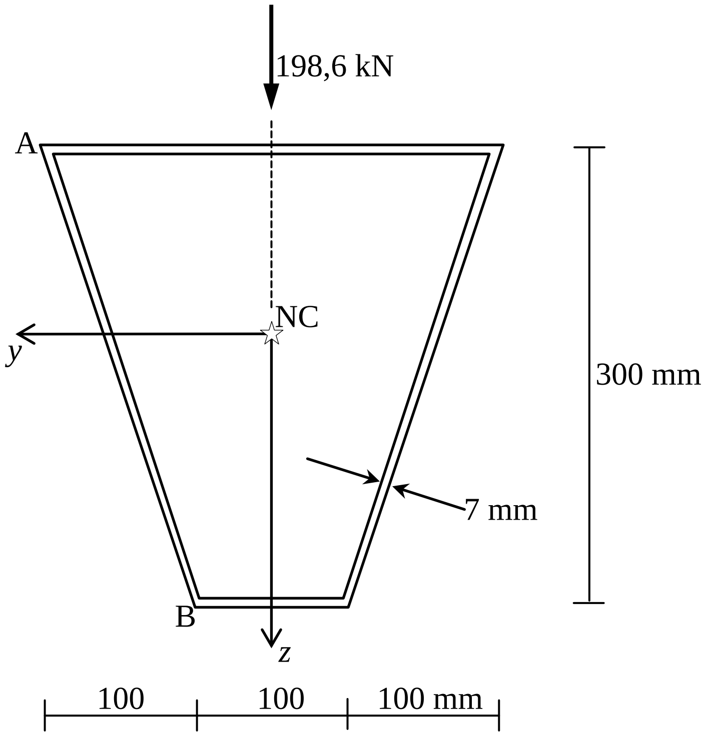
Faculteit CiTG **STUDIENUMMER**

Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2 **NAAM**

18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

OPGAVE 3 (gewicht 2,0 – ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaande *dunwandige* kokerdoorsnede in de vorm van een trapezium heeft overal dezelfde wanddikte t van 7 mm. In het verticale symmetrievlak werkt een dwarskracht als aangegeven. Het eigen traagheidsmoment I_{zz} is gegeven, I_{zz} is gelijk aan $90{,}1 \times 10^6$ mm^4.



Gevraagd:

a. Bepaal de plaats van het normaalkrachtencentrum NC, afgerond op hele mm's. Aanwijzing: dit ligt tussen de 115 en 125 mm van de bovenzijde.

STUDIENUMMER

NAAM

b. De schuifspanning in de bovenflens ter plaatse van hoekpunt A.

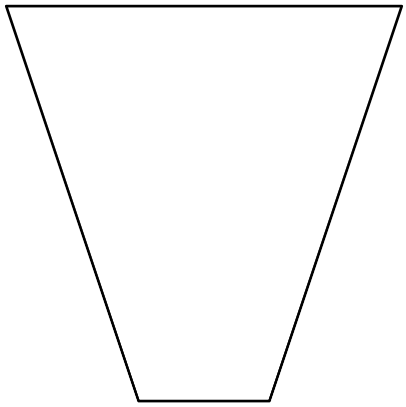
c. De schuifspanning in de onderflens ter plaatse van hoekpunt B.

d. De maximum schuifspanning in de lijven.

STUDIENUMMER

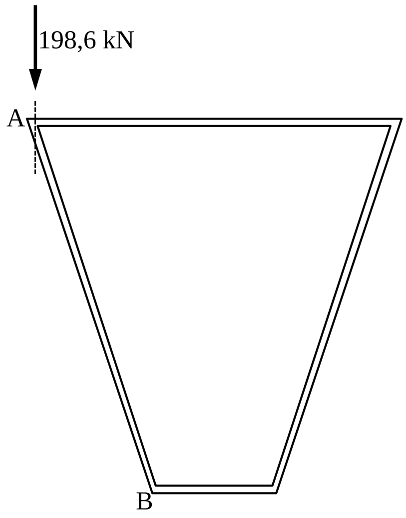
NAAM

e. Een schets van het schuifspanningsverloop over de doorsnede, als diagram. Schrijf de waarden erbij. Geef met pijltjes de richting en variërende grootte van de schuifspanningen aan.



f. Stel nu: de dwarskracht werkt niet in het verticale symmetrievlak, maar in een verticaal vlak door hoekpunt A, als onderstaand aangegeven. Bepaal nu de maximale schuifspanning ten gevolge van wringing.
Enkele formules voor wringing zijn:

$\tau = M_t\, r / I_t$, $\tau = M_t\, e / (½\, I_t)$ met $I_t = \Sigma ⅓\, h\, t^3$, $\tau = M_t / (2\, A_m\, t)$

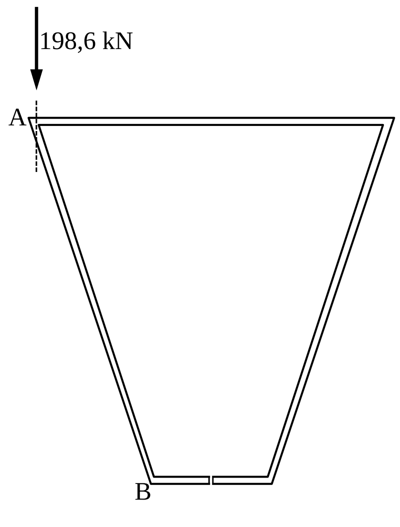


STUDIENUMMER

NAAM

g. Bepaal voor de situatie bij deelvraag f de maximale schuifspanning ten gevolge van de combinatie van dwarskracht en wringing. Waar in de doorsnede treedt deze op?

h. Stel nu: er wordt een knip in de doorsnede gemaakt, in het midden van de onderflens. Zal de maximale schuifspanning ten gevolge van wringing nu kleiner of groter worden ten opzichte van het antwoord bij deelvraag f? Geef uw antwoord met beknopte tekstuitleg (maximaal 10 regels naast onderstaande figuur), zonder te rekenen. Voeg desgewenst een schetsje toe.



Technische Universiteit Delft

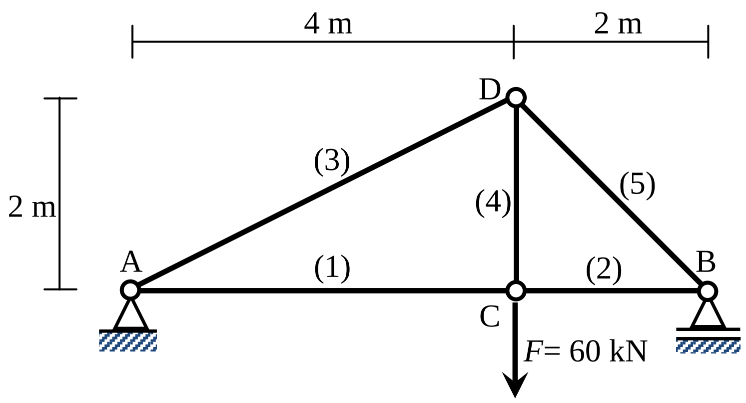
Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER

NAAM

OPGAVE 4 (gewicht 1,5 – ongeveer 30 minuten)

Gegeven: onderstaand vakwerk. Maten, belasting en opleggingen zijn aangegeven. De rekstijfheid *EA* van de staven 1, 2 en 4 is 40 MN, van staaf 5 40√2 MN en van staaf 3 20√5 MN.

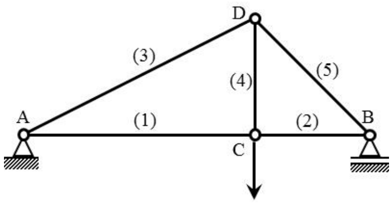


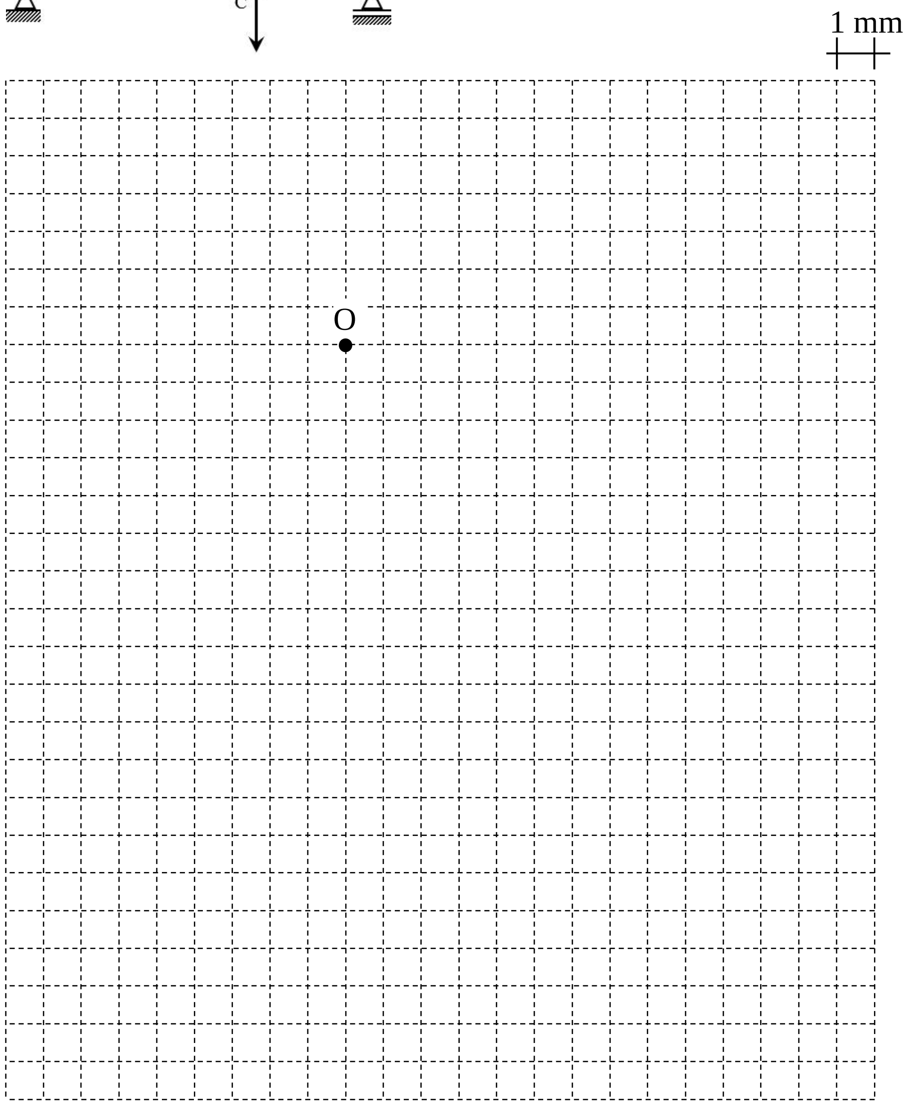
Gevraagd:

a. Bepaal de staafkrachten. Bepaal voor alle staven de lengteverandering Δl , in mm en met het goede teken voor verlenging of verkorting of nulstaven. Verzamel de waarden in de tabel.

Staaf i	N_i (kN)	l_i (m)	EA_i (MN)	Δl_i (mm)
1			40	
2			40	
3			20√5	
4			40	
5			40√2	

b. Bepaal de verplaatsing van de knopen C en D met behulp van een Williot-diagram.





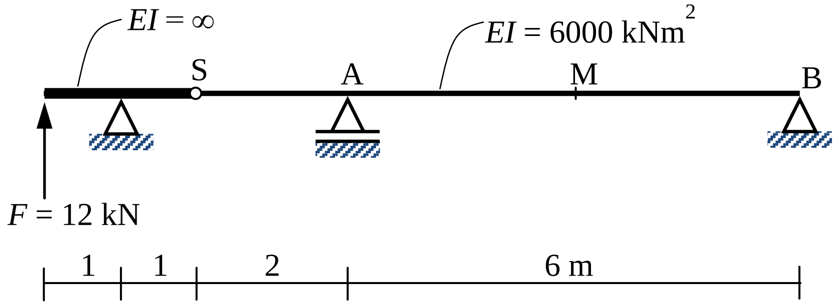
c. Verzamel de gevonden horizontale verplaatsing (u_h) en verticale verplaatsing (u_v) van de knopen C en D in onderstaande tabel. Geef met een pijltje de richting aan.

Knooppunt	u_h (mm)	u_v (mm)
C		
D		

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 5 (gewicht 1,7 - ongeveer 30 minuten)

Gegeven: onderstaande scharnierligger wordt belast door een puntlast op het linkeruiteinde, als aangegeven. Het linkerdeel tot scharnier S mag als oneindig stijf worden beschouwd. De buigstijfheid *EI* van deel SAB is aangegeven in de figuur. Lengtematen en opleggingen zijn aangegeven.
Deze opgave dient te worden uitgewerkt met vergeet-me-nietjes. Een blad met een subset van vergeet-me-nietjes is toegevoegd aan dit antwoordformulier.



Gevraagd:
a. De hoekverdraaiing φ_A van A. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

STUDIENUMMER

NAAM

b. De hoekverdraaiing φ_B van B. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

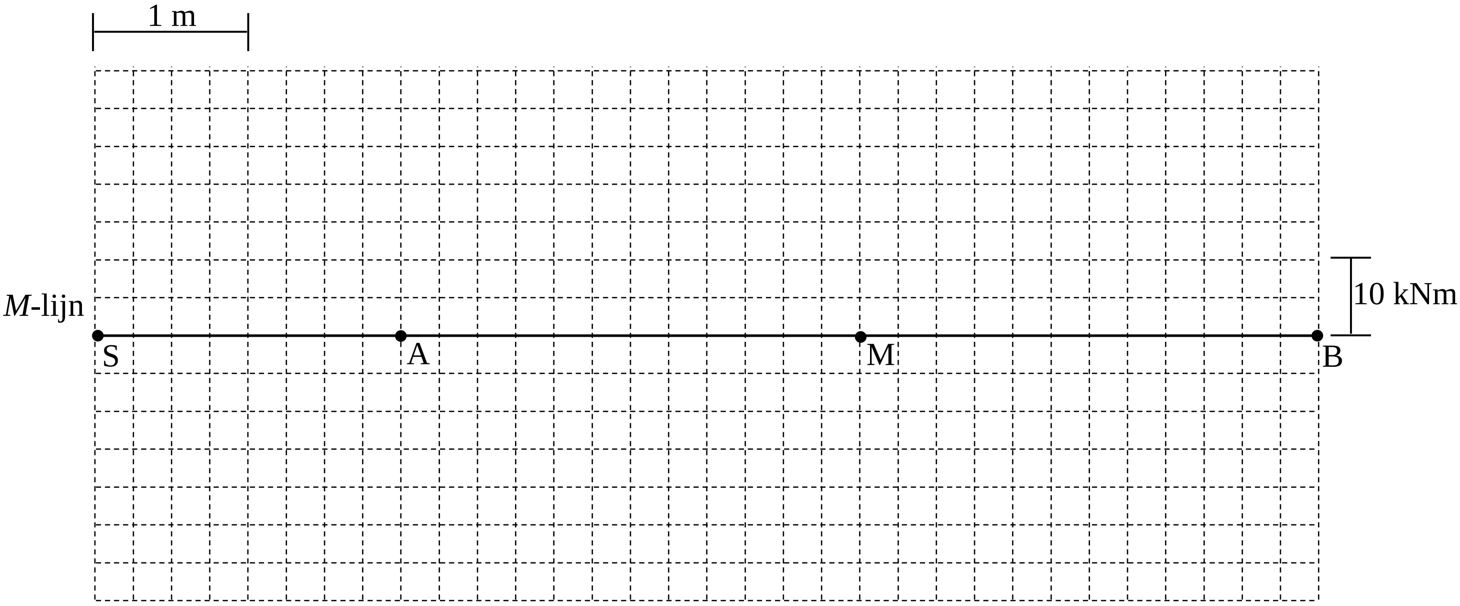
c. De verticale verplaatsing w_M in het midden M van AB, in mm. Geef met een pijltje aan of het omhoog of omlaag is.

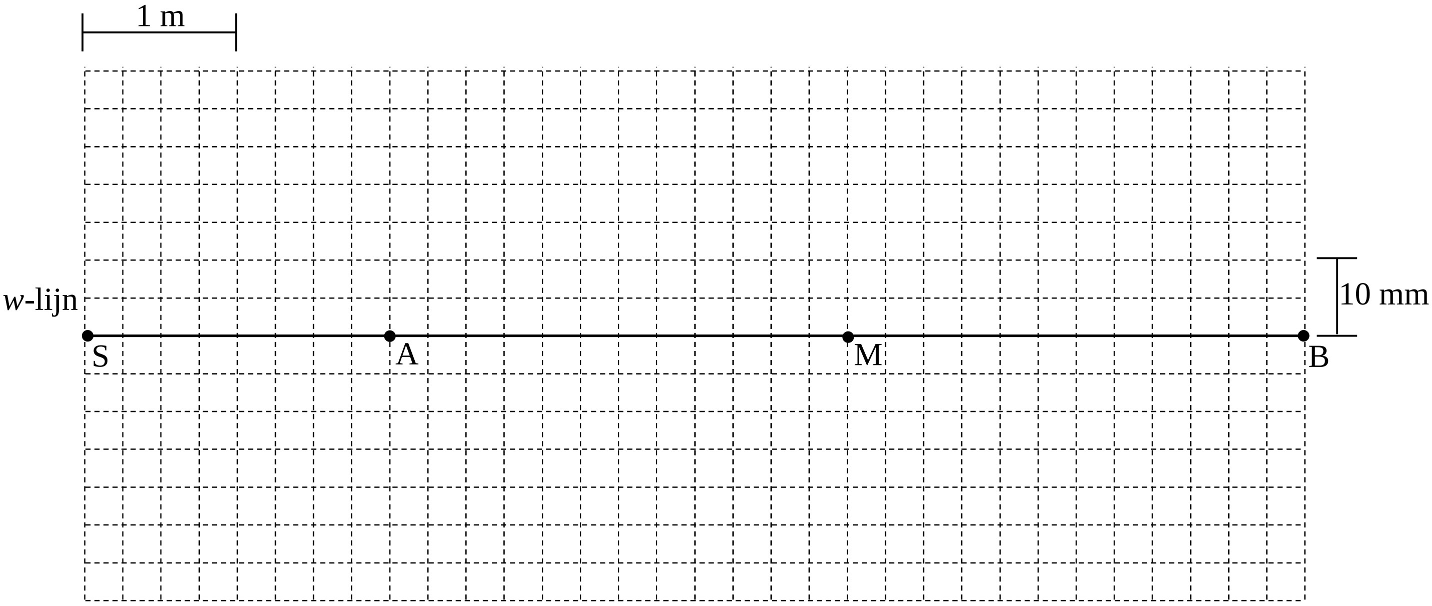
d. De verticale verplaatsing w_S van S, in mm. Geef met een pijltje aan of het omhoog of omlaag is.

STUDIENUMMER

NAAM

e. Schets onderstaand de momentenlijn en de doorbuigingslijn. Geef markante punten aan. Zet waarden en buigtekens erbij. Teken ook de hellingen/raaklijnen aan de doorbuigingslijn erin.





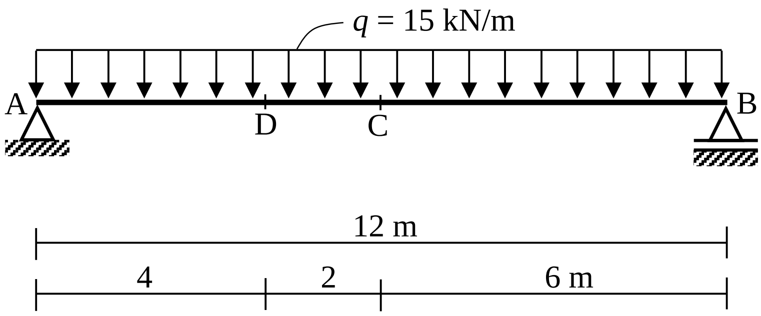
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |
NAAM

OPGAVE 6 (gewicht 1,8 - ongeveer 40 minuten)

Gegeven: onderstaande vrij opgelegde ligger AB belast door een gelijkmatig verdeelde belasting. Belasting, lengtematen en de posities van de middendoorsnede C en een doorsnede D links van het midden zijn aangegeven. De buigstijfheid EI van de ligger is gelijk aan 270 MNm^2.
Deze opgave dient te worden uitgewerkt met momentenvlakstellingen. Een blad met relevante oppervlakte-eigenschappen is toegevoegd aan dit antwoordformulier.



Gevraagd:

a. Schets onderstaand de M/EI-lijn. Zet het buigteken en waarden erbij.

b. Bereken (met de methode van momentenvlakstellingen) de rotatie φ_A van A. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

STUDIENUMMER

NAAM

c. Bereken (met de methode van momentenvlakstellingen) de zakking van de middendoorsnede C, in mm.

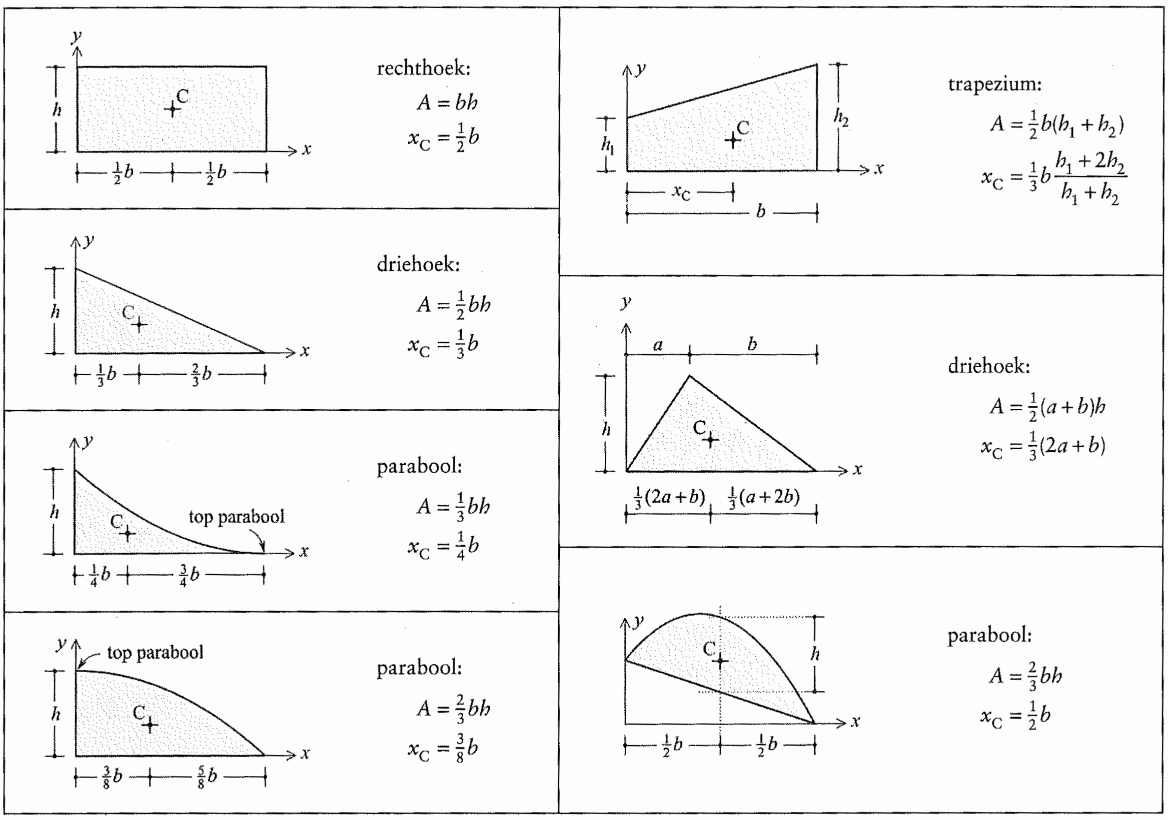
STUDIENUMMER

NAAM

d. Bereken (met de methode van momentenvlakstellingen) de zakking van doorsnede D, in mm.

Oppervlakte-eigenschappen voor gebruik bij de momentenvlakstellingen

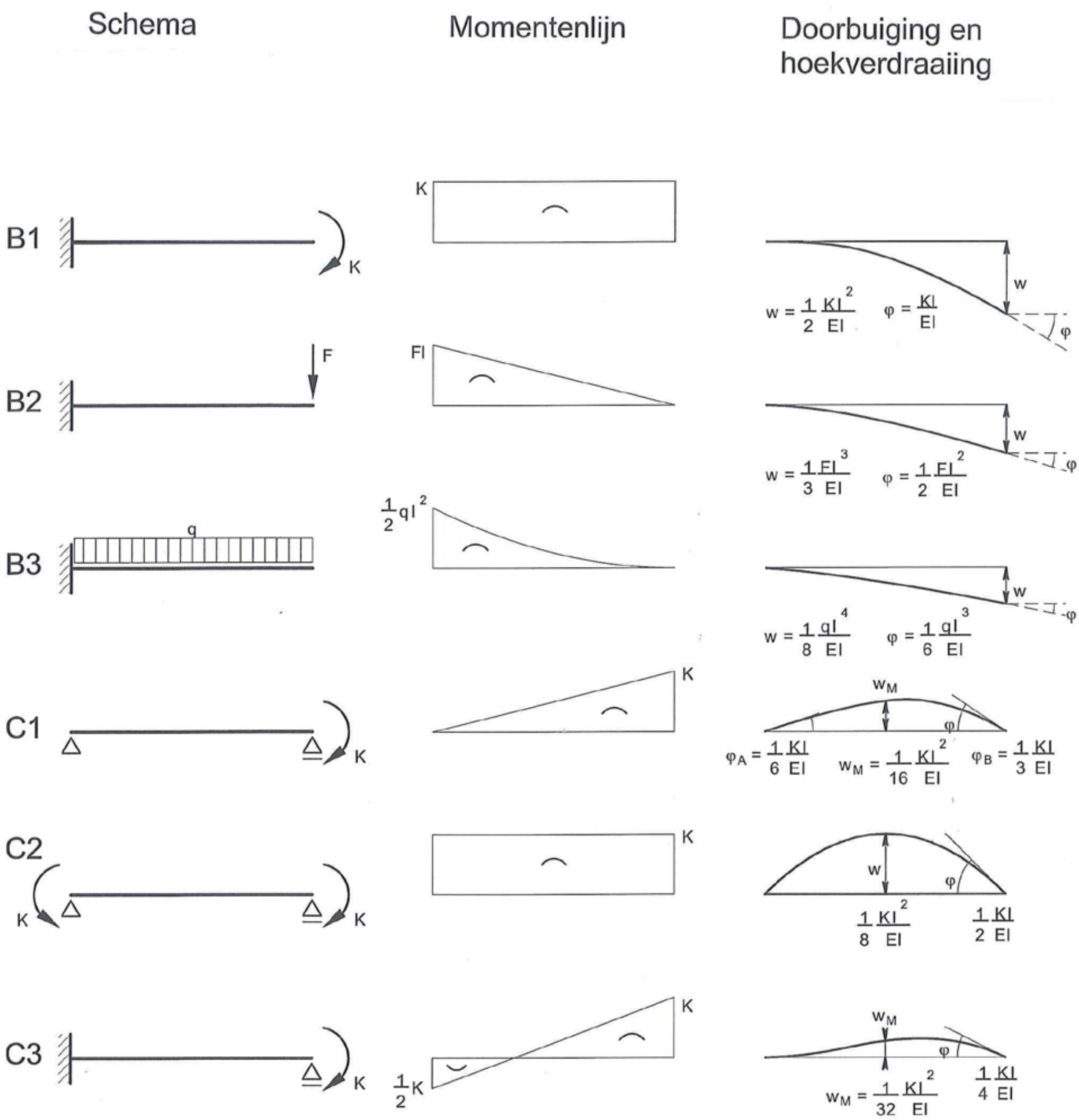
Oppervlakte-eigenschappen die veelvuldig worden gebruikt bij de momentenvlakstellingen



Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG **STUDIENUMMER**
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2 **NAAM**
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

Een aantal vergeet-me-nietjes



Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM Jan Rots

UITWERKINGEN kladversie

Antwoordformulier
CTB1310
Constructiemechanica 2 5 ECTS

Maak alle opgaven op dit antwoordformulier. Lever dit formulier in.
Kladpapier wordt niet ingenomen.

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Tenzij anders vermeld wordt het **eigen gewicht van een constructie buiten beschouwing** gelaten.

Een blad met relevante **vergeet-me-nietjes** voor buigvervorming is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Een blad met relevante **oppervlakte-eigenschappen** voor gebruik bij de momentenvlakstellingen is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Benut controlemogelijkheden om rekenfouten te vermijden.
Maak de opgaven in een volgorde naar eigen keuze.
Let op: er zijn 6 **opgaven.**

vraag	score
1	
2	
3	
4	
5	
6	
totaal	

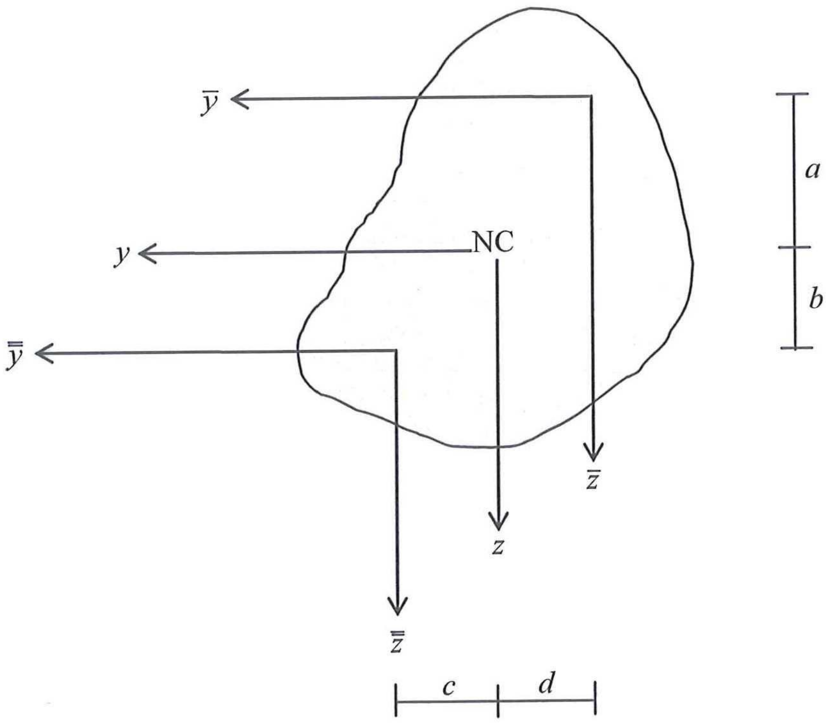
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 1 (gewicht 0,75 - ongeveer 20 minuten)

Gegeven: onderstaande willekeurige doorsnede met oppervlakte A. Drie assenstelsels en de afstanden tussen de assen zijn aangegeven. NC is het normaalkrachtencentrum/zwaartepunt van de doorsnede. De traagheidsmomenten $I_{\bar{z}\bar{z}}$ en $I_{\bar{y}\bar{y}}$ in het enkel-overstreepte assenstelsel zijn gegeven.



Gevraagd:

a. Het traagheidsmoment $I_{\bar{\bar{z}}\bar{\bar{z}}}$ in het dubbel-overstreepte assenstelsel, uitgedrukt in $I_{\bar{z}\bar{z}}$ (in het enkel-overstreepte assenstelsel), A, a, b, c, d.

$$I_{\bar{z}\bar{z}} = I_{zz}^{eigen} + a^2 A \Rightarrow I_{zz}^{eigen} = I_{\bar{z}\bar{z}} - a^2 A$$

$$I_{\bar{\bar{z}}\bar{\bar{z}}} = I_{zz}^{eigen} + b^2 A$$

$$\Rightarrow I_{\bar{\bar{z}}\bar{\bar{z}}} = I_{\bar{z}\bar{z}} - a^2 A + b^2 A$$

STUDIENUMMER
NAAM

b. Het traagheidsmoment $I_{\bar{\bar{y}}\bar{\bar{y}}}$ in het dubbel-overstreepte assenstelsel, uitgedrukt in $I_{\bar{y}\bar{y}}$ (in het enkel-overstreepte assenstelsel), A, a, b, c en d.

analoog $I_{\bar{\bar{y}}\bar{\bar{y}}} = I_{\bar{y}\bar{y}} - d^2 A + c^2 A$

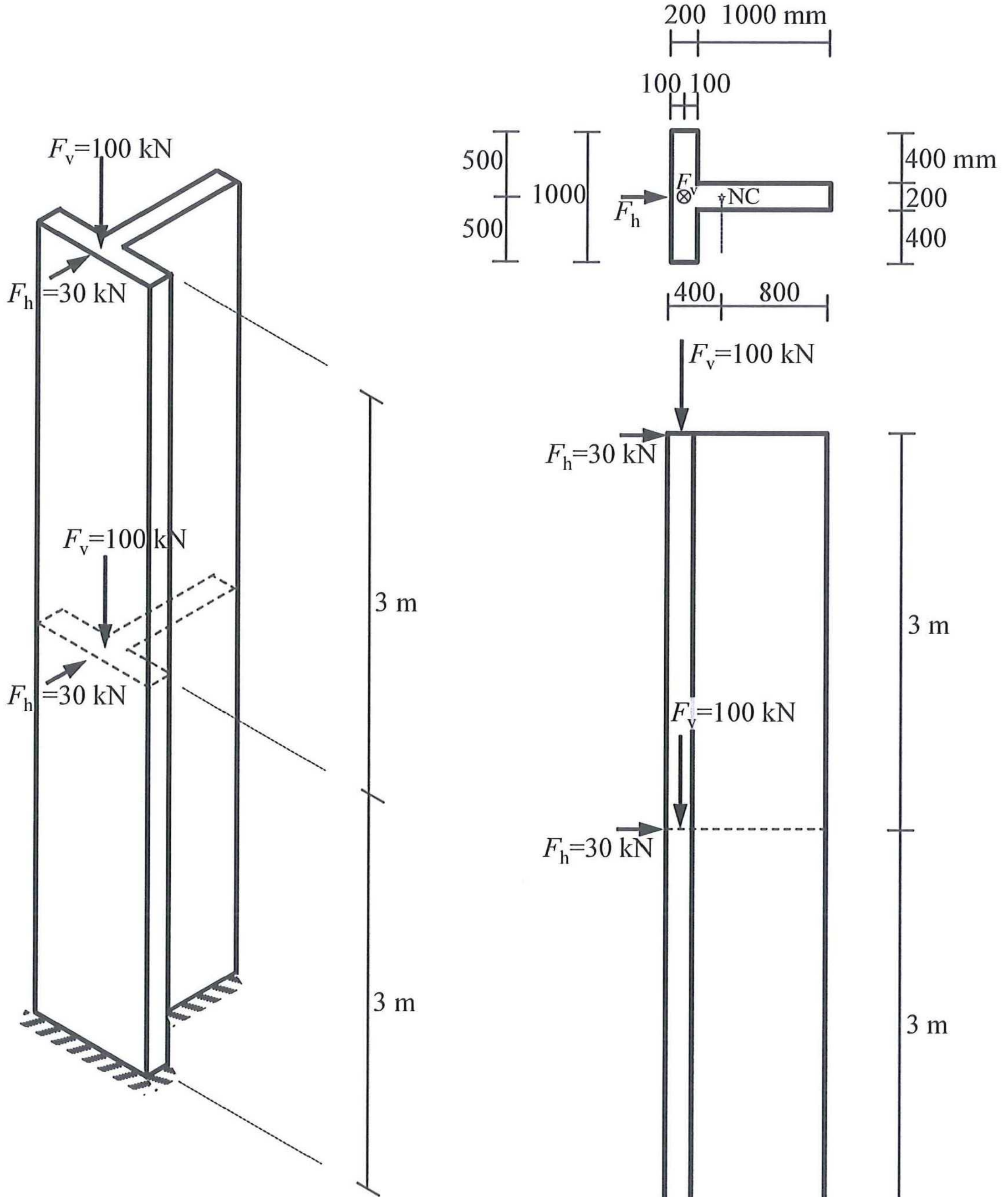
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 2 (gewicht 2,25 - ongeveer 40 minuten)

Gegeven: een gedeelte van een metselwerkconstructie uit Groningen, bestaande uit wanden van twee verdiepingen hoog. Het betreft een gedeelte van een dwarswand en een gedeelte van een langswand die in verband gemetseld zijn, zodat ze samen een samengestelde T-vormige doorsnede vormen, als aangegeven. De T-vormige "kolom" is aan de onderzijde ingeklemd.



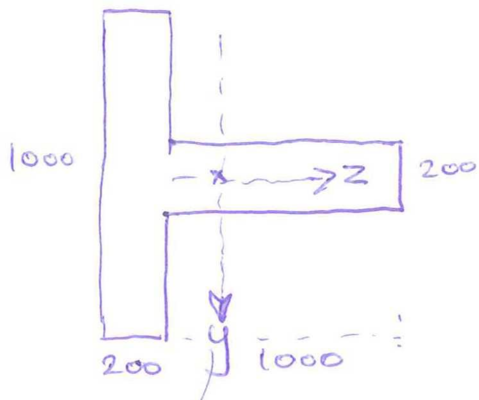
STUDIENUMMER

NAAM

De constructie wordt belast door twee verticale puntlasten F_v ter plaatse van de verdiepingen, als aangegeven. Deze verticale puntlasten representeren de belastingen afkomstig van de eerste en tweede verdiepingsvloer. De constructie wordt eveneens belast door twee horizontale puntlasten F_h ter plaatse van de verdiepingen, als aangegeven. Deze horizontale puntlasten representeren de seismische krachten ten gevolge van een aardbeving.
Afmetingen, maten van de doorsnede, groottes en posities van de vier puntlasten zijn aangegeven.

Gevraagd:

a. Verifieer de ligging van het normaalkrachtencentrum NC van de doorsnede.



t.o.v. linkerrand:

$$200 \cdot 1000 \cdot 100 + 200 \cdot 1000 \cdot (200+500) = 2 \cdot 200 \cdot 1000 \cdot a$$

$$\Rightarrow 100 + 700 = 2a$$

$$\Rightarrow a = 400 \text{ mm}$$

$$A_{totaal} = 2 \cdot 200 \cdot 1000 = 4 \cdot 10^5 \text{ mm}^2$$

b. Bepaal het relevante traagheidsmoment van de (dikwandige) T-vormige doorsnede.
Aanwijzing: dit ligt tussen 5×10^{10} en 6×10^{10} mm^4 .

(buiging om deze as, noem bijv. y-as.

$$I_{zz} = \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 1000^3 + 300^2 \cdot 200 \cdot 1000$$

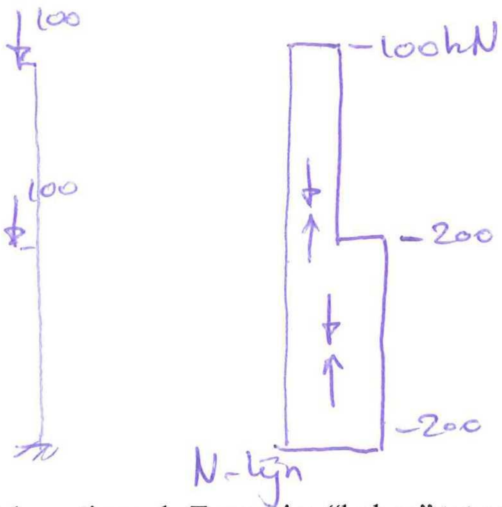
$$+ \frac{1}{12} \cdot 1000 \cdot 200^3 + 300^2 \cdot 200 \cdot 1000$$

$$= 1{,}667 \cdot 10^{10} + 1{,}8 \cdot 10^{10} + 0{,}667 \cdot 10^9 + 1{,}8 \cdot 10^{10}$$

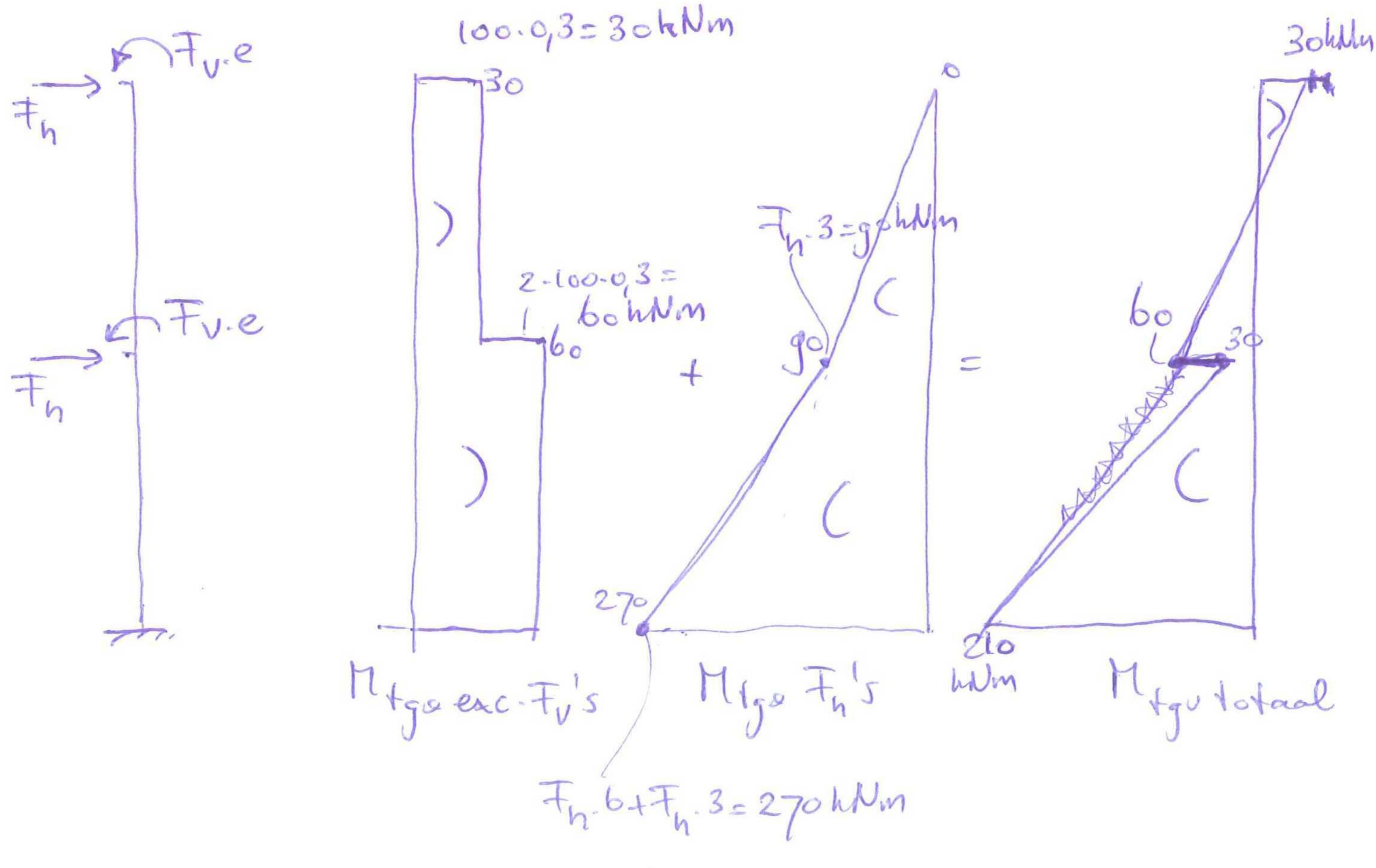
$$= 5{,}33 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

STUDIENUMMER
NAAM

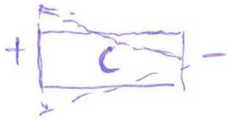
c. Schematiseer de T-vormige "kolom" tot een lijnelement. Schets onderstaand de normaalkrachtenlijn. Zet waarden en tekens erbij.



d. Schematiseer de T-vormige "kolom" tot een lijnelement. Schets onderstaand de momentenlijn ten gevolge van de verticale puntlasten en de horizontale puntlasten samen. Zet waarden en buigtekens erbij. Het verdient aanbeveling eerst de afzonderlijke momentenlijnen ten gevolge van de verticale puntlasten en ten gevolge van de horizontale puntlasten te schetsen, en dan de momentenlijn voor het totaal.



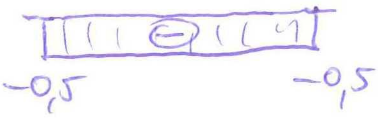
e. Bepaal de resulterende spanningen (ten gevolge van normaalkracht en buiging) voor de inklemmingsdoorsnede. Geef schetsen van het spanningsdiagram, met tekens en waarden. Splits in normaalkracht en buiging, en sommeer.



$$\sigma_{tgv\,N} = \frac{N}{A} = -\frac{200 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^5} = -0{,}5\ N/mm^2$$ constant over de dsn.

$$\sigma_{tgv\,M\text{-links}} = +\frac{Mz}{I_{zz}} = +\frac{210 \cdot 10^6 \cdot 400}{5{,}33 \cdot 10^{10}} = +1{,}575\ N/mm^2$$

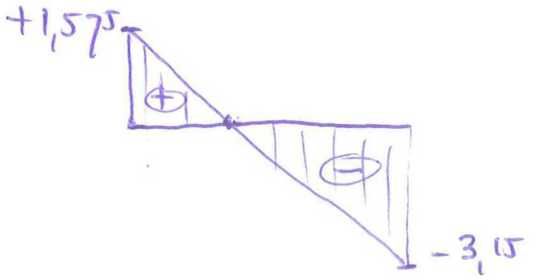
$$\sigma_{tgv\,M\text{-rechts}} = -\frac{Mz}{I_{zz}} = -\frac{210 \cdot 10^6 \cdot 800}{5{,}33 \cdot 10^{10}} = -3{,}15\ N/mm^2$$



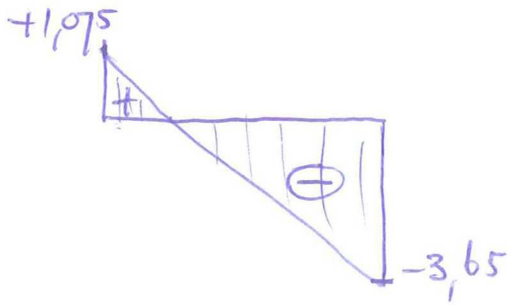
$$\sigma_{links,\,totaal} = -0{,}5 + 1{,}575 = +1{,}075\ N/mm^2$$

$$\sigma_{rechts,\,totaal} = -0{,}5 - 3{,}15 = -3{,}65\ N/mm^2$$

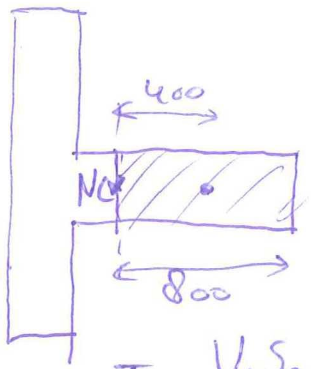
+



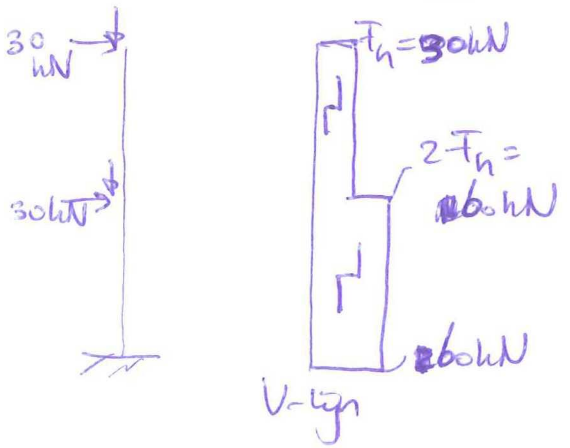
=



f. Stel: de schuifsterkte in de horizontale voegen van het metselwerk is gelijk aan 0.3 N/mm^2.
Gevraagd: is het aannemelijk dat in deze metselwerkconstructie bezwijken op afschuiving (langs de horizontale voegen) zal plaatsvinden? Motiveer uw antwoord met een berekening.



$$\tau_{max} = \frac{V \cdot S_a}{b I}$$



$V_{max} = 60\text{ kN} = 60 \cdot 10^3\text{ N}$

$b = 200\text{ mm}$

$I = 5{,}33 \cdot 10^{10}\text{ mm}^4$

$S_a = 800 \cdot 200 \cdot 400 = 64 \cdot 10^6\text{ mm}^3$

$$\tau_{max} = \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 64 \cdot 10^6}{200 \cdot 5{,}33 \cdot 10^{10}} = 0{,}36\text{ N/mm}^2$$

$\tau_{max} > \bar{\tau} = 0{,}3$ dus het is aannemelijk dat de constructie bezwijkt op horizontale afschuiving langs de horizontale (lint)voegen van het metselwerk.

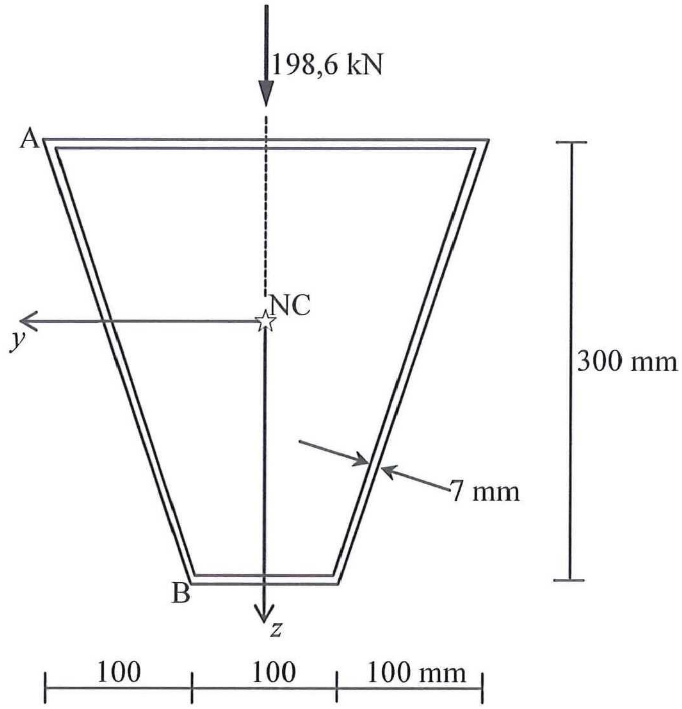
Technische Universiteit Delft

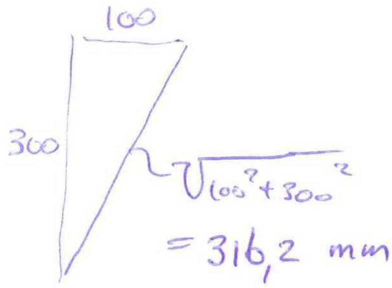
Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 3 (gewicht 2,0 – ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaande *dunwandige* kokerdoorsnede in de vorm van een trapezium heeft overal dezelfde wanddikte t van 7 mm. In het verticale symmetrievlak werkt een dwarskracht als aangegeven. Het eigen traagheidsmoment I_{zz} is gegeven, I_{zz} is gelijk aan $90{,}1 \times 10^6$ mm^4.





Gevraagd:

a. Bepaal de plaats van het normaalkrachtencentrum NC, afgerond op hele mm's. Aanwijzing: dit ligt tussen de 115 en 125 mm van de bovenzijde.

t.o.v. bovenrand: $2 \cdot 7 \cdot 316{,}2 \cdot 150 + 100 \cdot 7 \cdot 300$
$= (2 \cdot 7 \cdot 316{,}2 + 400 \cdot 7) \cdot a$

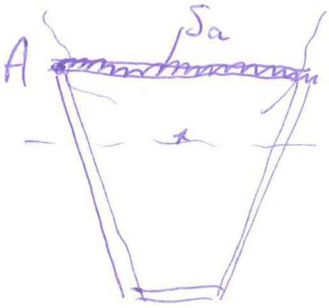
$\Rightarrow$ ~~a~~ $664020 + 210000$
$= 7226{,}8 \cdot a$

$\Rightarrow a = 120{,}94 \approx 121$ mm

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG **STUDIENUMMER**
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2 **NAAM**
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

b. De schuifspanning in de bovenflens ter plaatse van hoekpunt A.



$$\tau_A = \frac{V \cdot S_a}{b I}$$

$V = 198,6 \text{ kN}$

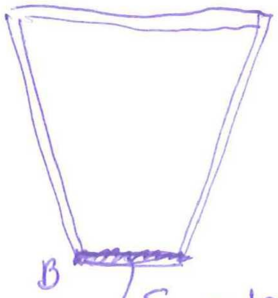
$b = 7 \text{ mm} \cdot 2 = 14 \text{ mm}$
(dubbelsnede)

$I = 90,1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

$S_a = 300 \cdot 7 \cdot 121 = 254100 \text{ mm}^3$

$$\tau_A = \frac{198,6 \cdot 10^3 \cdot 254100}{14 \cdot 90,1 \cdot 10^6} = 40 \text{ N/mm}^2$$

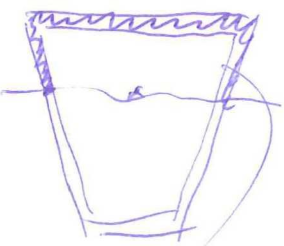
c. De schuifspanning in de onderflens ter plaatse van hoekpunt B.



$$\tau_B = \frac{198,6 \cdot 10^3 \cdot 125300}{14 \cdot 90,1 \cdot 10^6} = 19,7 \text{ N/mm}^2$$

$S_a = 100 \cdot 7 \cdot \overbrace{(300-121)}^{179} = 125300 \text{ mm}^3$

d. De maximum schuifspanning in de lijven.



$\frac{1}{3} \cdot 121 = 40,33$

$\sqrt{121^2 + 40,33^2} = 127,54$

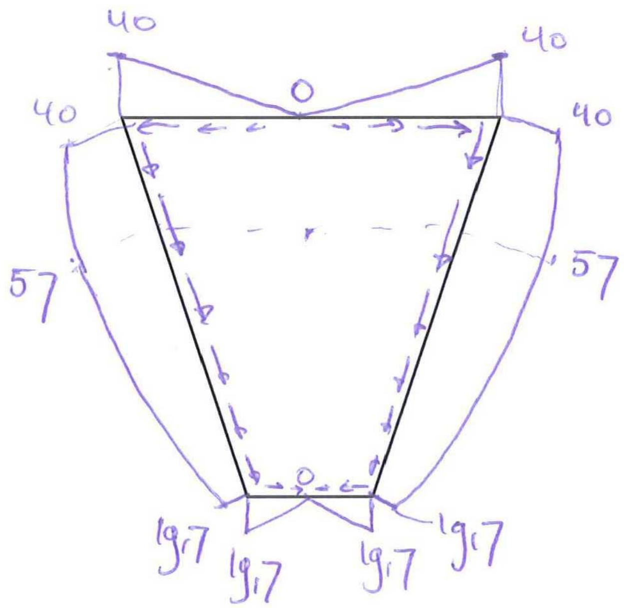
$$\tau_{max} = \frac{198,6 \cdot 362126}{14 \cdot 90,1 \cdot 10^6} = 57,0 \text{ N/mm}^2$$

$S_a = 300 \cdot 7 \cdot 121 + 2 \cdot \left(127,54 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} \cdot 121\right)$

$= 300 \cdot 7 \cdot 121 + 2 \cdot 54013$

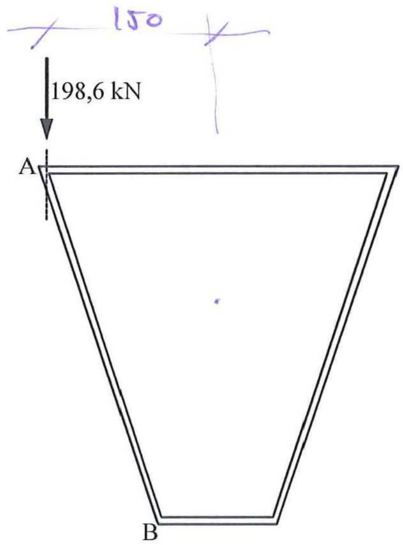
$= 362126 \text{ mm}^3$

e. Een schets van het schuifspanningsverloop over de doorsnede, als diagram. Schrijf de waarden erbij. Geef met pijltjes de richting en variërende grootte van de schuifspanningen aan.



f. Stel nu: de dwarskracht werkt niet in het verticale symmetrievlak, maar in een verticaal vlak door hoekpunt A, als onderstaand aangegeven. Bepaal nu de maximale schuifspanning ten gevolge van wringing.
Enkele formules voor wringing zijn:

$$\tau = M_t\, r / I_t \;,\quad \tau = M_t\, e / (\tfrac{1}{2} I_t) \text{ met } I_t = \Sigma \tfrac{1}{3}\, h\, t^3 \;,\quad \tau = M_t / (2\, A_m\, t)$$



gesloten dsn.

$$\tau = \frac{M_t}{2 A_{omsloten} \cdot t}$$

$$M_t = 198,6 \cdot 10^3 \cdot 150 = 29,79 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

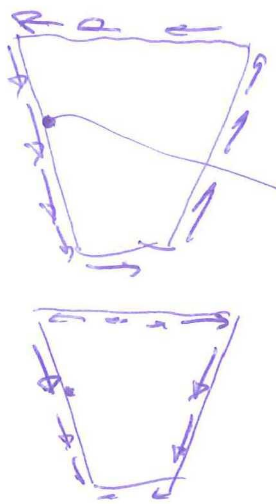
$$A_{omsloten} = 100 \cdot 300 + 2 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot 100 \cdot 300$$
$$= 60\,000 \text{ mm}^2$$

$$t = 7 \text{ mm}$$

$$\tau = \frac{29,79 \cdot 10^6}{2 \cdot 60\,000 \cdot 7} = 35,46 \text{ N/mm}^2$$

STUDIENUMMER
NAAM

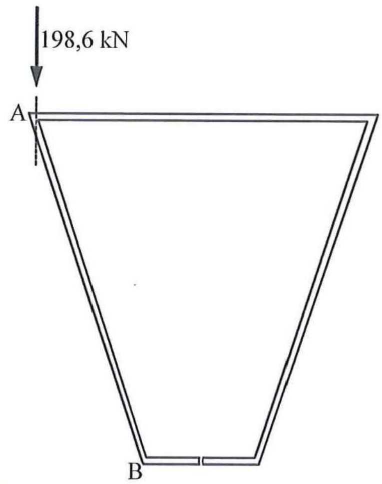
g. Bepaal voor de situatie bij deelvraag f de maximale schuifspanning ten gevolge van de combinatie van dwarskracht en wringing. Waar in de doorsnede treedt deze op?



links: versterken ter hoogte vh. NC

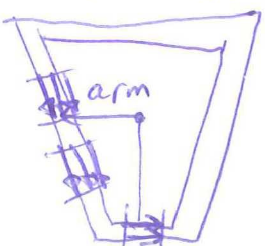
$\tau = 35{,}46 + 57{,}0 = 92{,}46\ N/mm^2$

h. Stel nu: er wordt een knip in de doorsnede gemaakt, in het midden van de onderflens. Zal de maximale schuifspanning ten gevolge van wringing nu kleiner of groter worden ten opzichte van het antwoord bij deelvraag f? Geef uw antwoord met beknopte tekstuitleg (maximaal 10 regels naast onderstaande figuur), zonder te rekenen. Voeg desgewenst een schetsje toe.



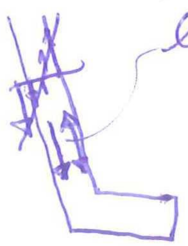
essentie: de arm van de werkende schuifspanningen is nu véél kleiner, dus de schuifsp. moeten véél groter zijn om hetzelfde wringende moment te kunnen overbrengen.

τ's constant over dikte



gesloten
arm in de orde
vd. dsn-afmeting ±200 mm

"rondlopende" τ's



lineair, arm in de orde vd. wanddikte (7 mm)

open

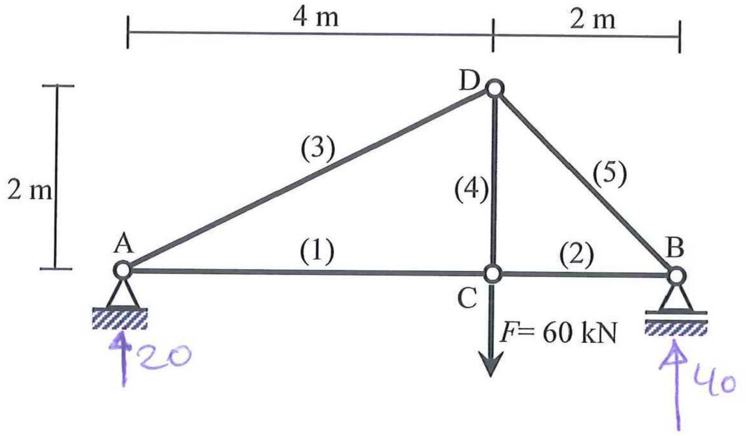
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 4 (gewicht 1,5 – ongeveer 30 minuten)

Gegeven: onderstaand vakwerk. Maten, belasting en opleggingen zijn aangegeven. De rekstijfheid EA van de staven 1, 2 en 4 is 40 MN, van staaf 5 $40\sqrt{2}$ MN en van staaf 3 $20\sqrt{5}$ MN.



Gevraagd:

a. Bepaal de staafkrachten. Bepaal voor alle staven de lengteverandering Δl, in mm en met het goede teken voor verlenging of verkorting of nulstaven. Verzamel de waarden in de tabel.

$\sum T|A = 0 \Rightarrow 60 \cdot 4 - R_B \cdot 6 = 0 \Rightarrow R_B = 40\,kN \uparrow$

$\sum F_{vert} = 0 \Rightarrow -60 + 40 + R_A = 0 \Rightarrow R_A = 20\,kN \uparrow$

A: -20, $\uparrow 20$, $N_{AD} = -20\sqrt{5}\,kN$, $N_{AC} = +40\,kN$

B: 40, $N_{BD} = -40\sqrt{2}\,kN$, $\uparrow 40$, $N_{BC} = +40\,kN$

C: $\uparrow 60 = N_{CD}$, $\downarrow 60$

$\Delta l = \frac{N \cdot l}{EA}$

N en mm

$\frac{40 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^3}{40 \cdot 10^6} = 4$

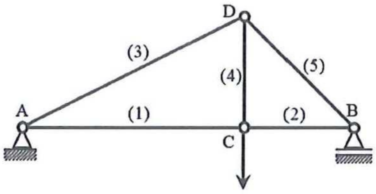
Staaf i	N_i (kN)	l_i (m)	EA_i (MN)	Δl_i (mm)
1	+40	4	40	+4
2	+40	2	40	+2
3	$-20\sqrt{5}$	$2\sqrt{5}$	$20\sqrt{5}$	$-2\sqrt{5}$
4	+60	2	40	+3
5	$-40\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$40\sqrt{2}$	$-2\sqrt{2}$

$\frac{-20\sqrt{5} \cdot 10^3 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 10^3}{20\sqrt{5} \cdot 10^6}$

STUDIENUMMER

NAAM

b. Bepaal de verplaatsing van de knopen C en D met behulp van een Williot-diagram.



$\Delta \ell_1 = 4$ mm : C wil tov A 4 mm naar rechts

$\Delta \ell_2 = 2$ mm : B wil tov C 2 mm naar rechts

Staaf 1 en 2 achter elkaar $\Delta \ell$'s optellen

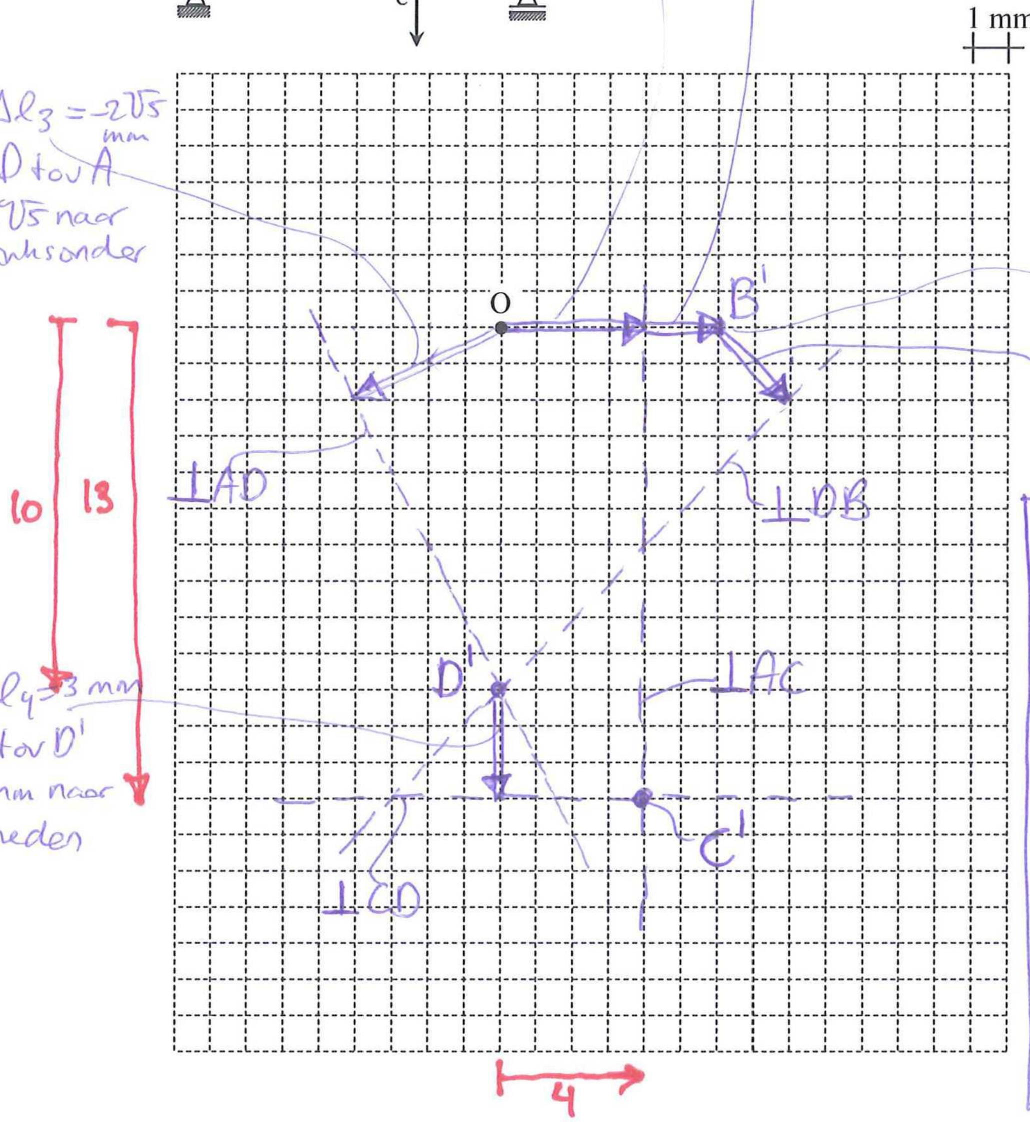
$u^B_{vert} = 0$ ivm: rol

dus B' hier

$\Delta \ell_5 = -2\sqrt{2}$ mm dwz D tov B' $2\sqrt{2}$ naar rechtsonder

$\Delta \ell_3 = -2\sqrt{5}$ mm D tov A $2\sqrt{5}$ naar linksonder

$\Delta \ell_4 = 3$ mm C tov D' 3 mm naar beneden



ALTERNATIEF:
je mag ook staaf AD of AC "vasthouden", rol B eerst wegdenken, het Williot diagram dan tekenen, vervolgens "terugdraaien" om hoek φ_A zodat w^{vert}_B weer nul wordt, en met dat terugdraaien dan de gecorrigeerde verplaatsingen van C en D bepalen

c. Verzamel de gevonden horizontale verplaatsing (u_h) en verticale verplaatsing (u_v) van de knopen C en D in onderstaande tabel. Geef met een pijltje de richting aan.

opmeten tov O

Knooppunt	u_h (mm)	u_v (mm)
C	4 →	13 ↓
D	0	10 ↓

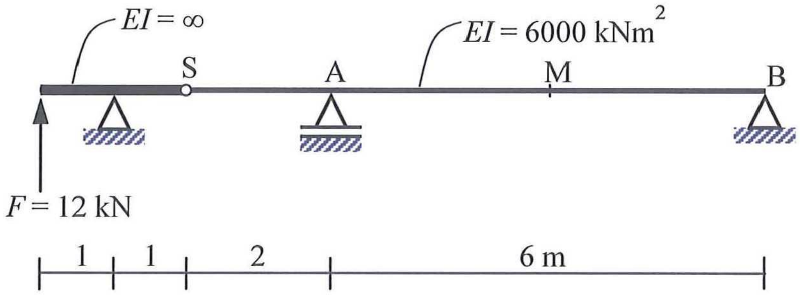
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

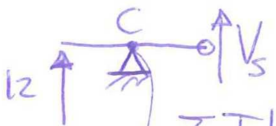
OPGAVE 5 (gewicht 1,7 - ongeveer 30 minuten)

Gegeven: onderstaande scharnierligger wordt belast door een puntlast op het linkeruiteinde, als aangegeven. Het linkerdeel tot scharnier S mag als oneindig stijf worden beschouwd. De buigstijfheid EI van deel SAB is aangegeven in de figuur. Lengtematen en opleggingen zijn aangegeven.
Deze opgave dient te worden uitgewerkt met vergeet-me-nietjes. Een blad met een subset van vergeet-me-nietjes is toegevoegd aan dit antwoordformulier.



Gevraagd:
a. De hoekverdraaiing φ_A van A. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

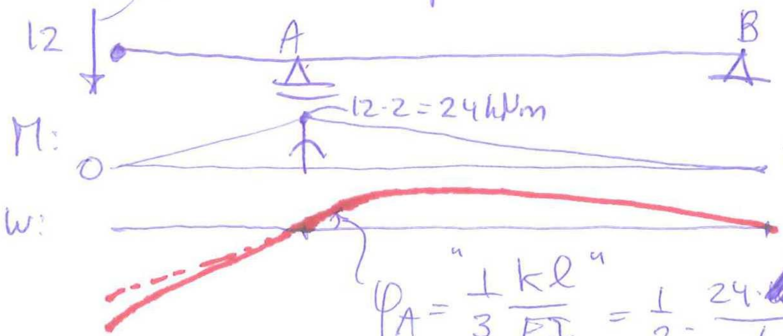
linkerdeel:



$\Sigma T|C = 0 \Rightarrow V_S = 12$ kN ↑ van rechterdeel op linkerdeel

rechterdeel:

van linkerdeel op rechterdeel: actie = −reactie, 12 kN ↓



$$\varphi_A = \text{"}\frac{1}{3}\frac{k\ell}{EI}\text{"} = \frac{1}{3}\cdot\frac{24\cdot 6}{6000} = 8\cdot 10^{-3} = 0{,}008 \text{ rad} \circlearrowright$$

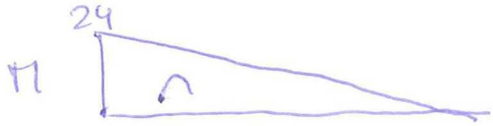
in kN, m

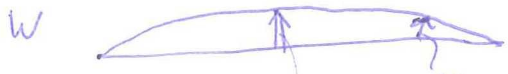
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

b. De hoekverdraaiing φ_B van B. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.



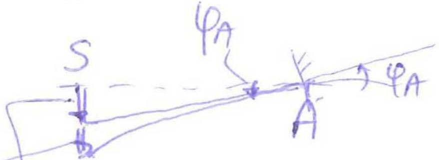


$$\varphi_B = \text{"}\frac{1}{6}\frac{kl}{EI}\text{"} = \frac{1}{6}\cdot\frac{24\cdot 6}{6000} = 4\cdot 10^{-3} = 0{,}004 \text{ rad } \circlearrowright$$

c. De verticale verplaatsing w_M in het midden M van AB, in mm. Geef met een pijltje aan of het omhoog of omlaag is.

$$w_M = \text{"}\frac{1}{16}\frac{kl^2}{EI}\text{"} = \frac{1}{16}\cdot\frac{24\cdot 6^2}{6000} = 0{,}009 \text{ m} = 9 \text{ mm} \uparrow$$

d. De verticale verplaatsing w_S van S, in mm. Geef met een pijltje aan of het omhoog of omlaag is.



$$\varphi_A \cdot 2\text{m} = 0{,}008\cdot 2 = 0{,}016 \text{ m} = 16 \text{ mm} \downarrow$$

"scheef inklemmen":

$$\text{"}\frac{1}{3}\frac{Fl^3}{EI}\text{"} = \frac{1}{3}\cdot\frac{12\cdot 2^3}{6000} = 0{,}00533 \text{ m} = 5{,}33 \text{ mm} \downarrow$$

Totaal: $w_S = 16\downarrow + 5{,}33\downarrow = 21{,}33 \text{ mm} \downarrow$

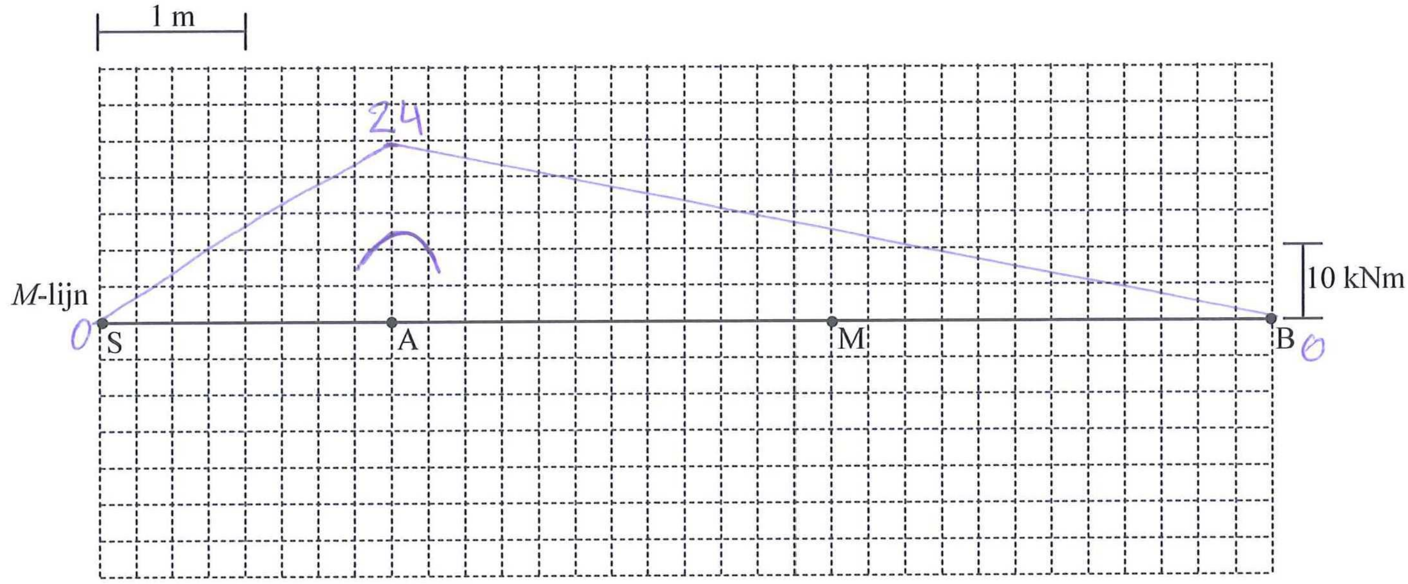
Technische Universiteit Delft

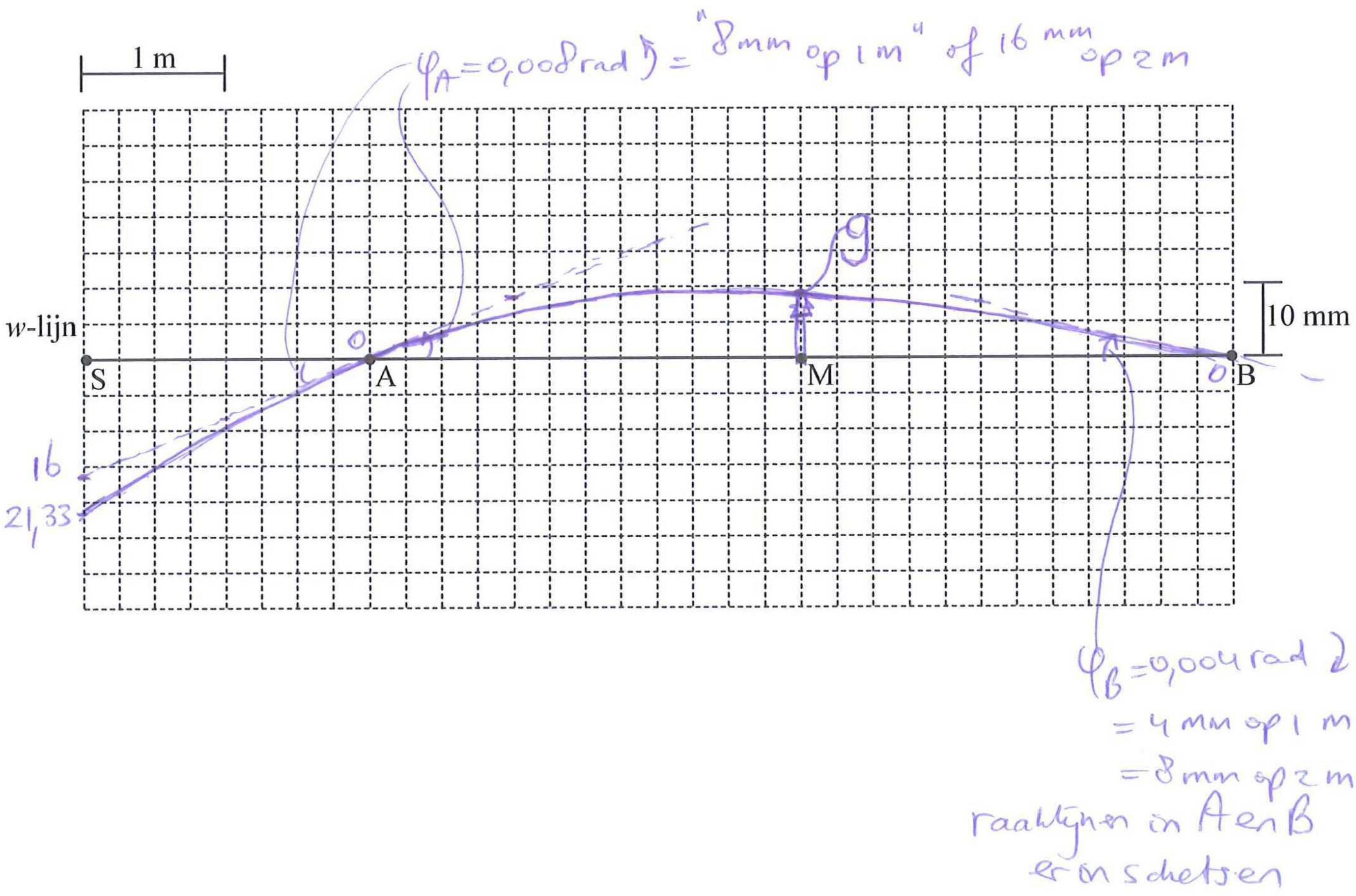
Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

voor rechterdeel, SAB

e. Schets onderstaand de momentenlijn en de doorbuigingslijn. Geef markante punten aan. Zet waarden en buigtekens erbij. Teken ook de hellingen/raaklijnen aan de doorbuigingslijn erin.





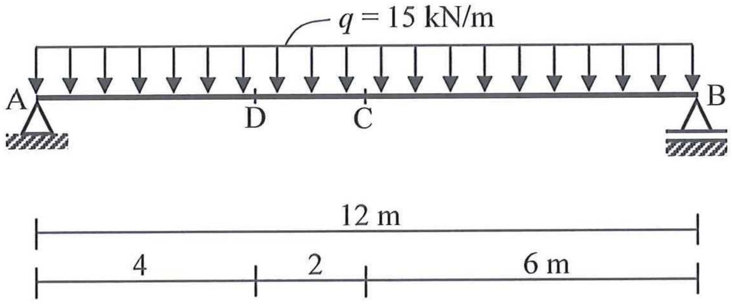
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

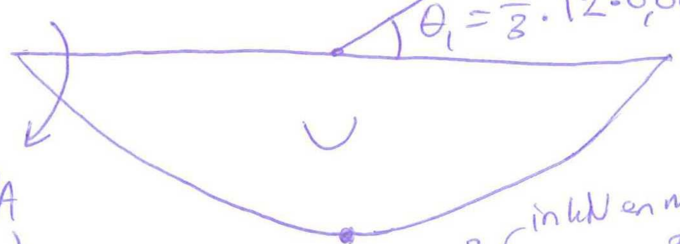
OPGAVE 6 (gewicht 1,8 - ongeveer 40 minuten)

Gegeven: onderstaande vrij opgelegde ligger AB belast door een gelijkmatig verdeelde belasting. Belasting, lengtematen en de posities van de middendoorsnede C en een doorsnede D links van het midden zijn aangegeven. De buigstijfheid *EI* van de ligger is gelijk aan 270 MNm^2.
Deze opgave dient te worden uitgewerkt met momentenvlakstellingen. Een blad met relevante oppervlakte-eigenschappen is toegevoegd aan dit antwoordformulier.



Gevraagd:
a. Schets onderstaand de *M*/*EI*-lijn. Zet het buigteken en waarden erbij.

$\theta_1 = \frac{2}{3} \cdot 12 \cdot 0{,}001 = 0{,}008$ rad



kromming
$\kappa = \frac{M}{EI} = \frac{1}{R}$ meters

φ_A
neem aan!
bijv.

in kN en m

$$\frac{M}{EI} = \frac{\frac{1}{8} q l^2}{EI} = \frac{\frac{1}{8} \cdot 15 \cdot 12^2}{270 \cdot 10^3} = \frac{270}{270 \cdot 10^3} = 0{,}001 \left(\frac{1}{m}\right)$$

b. Bereken (met de methode van momentenvlakstellingen) de rotatie φ_A van A. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

van $A \rightarrow B$: $\downarrow +$

$$\varphi_A \cdot 12 - \theta_1 \cdot 6 = 0 \Rightarrow \varphi_A \cdot 12 - 0{,}008 \cdot 6 = 0$$

eis: B rol $\Rightarrow w_B = 0$

$$\Rightarrow \varphi_A = \frac{+0{,}008 \cdot 6}{12} = 0{,}004 \text{ rad}$$

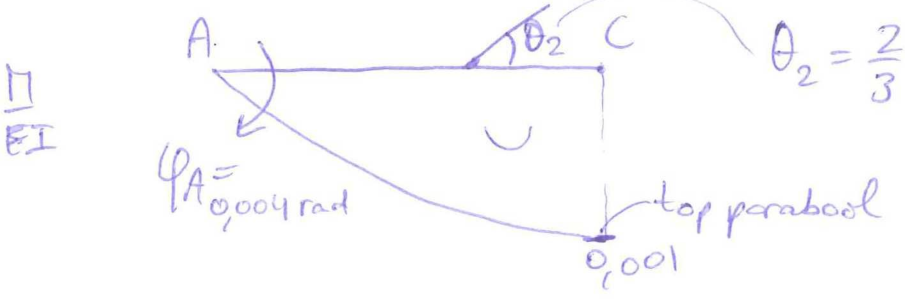
betekent: in de aangenomen richting

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

c. Bereken (met de methode van momentenvlakstellingen) de zakking van de middendoorsnede C, in mm.



$\theta_2 = \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot 0{,}001 = 0{,}004$ rad

$+\downarrow \quad w_C = \varphi_A \cdot 6 - \theta_2 \cdot \frac{3}{8} \cdot 6 = 0{,}004 \cdot 6 - 0{,}004 \cdot \frac{18}{8}$

$= 0{,}024 - 0{,}009$

$= 0{,}015$ m

$= 15$ mm $\downarrow$ (+ dwz $\downarrow$)

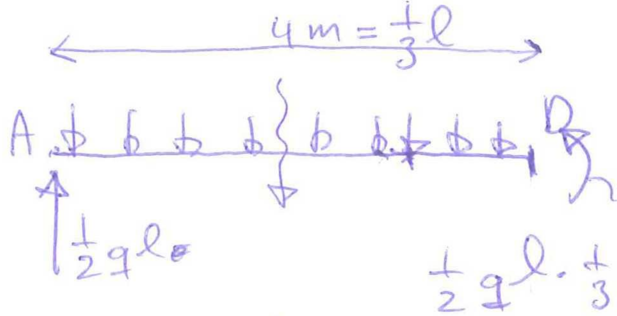
(check: $\frac{5}{384} \frac{q l^4}{EI}$ .8)

STUDIENUMMER

NAAM

d. Bereken (met de methode van momentenvlakstellingen) de zakking van doorsnede D, in mm.

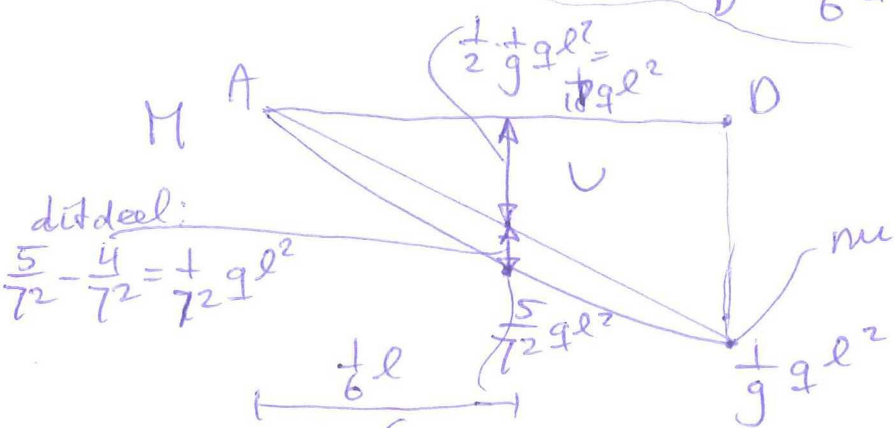
op $\frac{1}{3}$ van de lengte



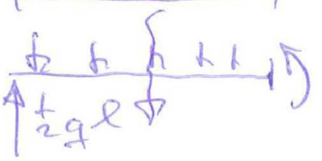
$\Sigma T|D = 0$:

$$\frac{1}{2}ql \cdot \frac{1}{3}l - q \cdot \frac{1}{3}l \cdot \frac{1}{6}l - M_D = 0$$

$$\Rightarrow M_D = \frac{1}{6}ql^2 - \frac{1}{18}ql^2 = \left(\frac{3}{18} - \frac{1}{18}\right)ql^2 = \frac{1}{9}ql^2$$

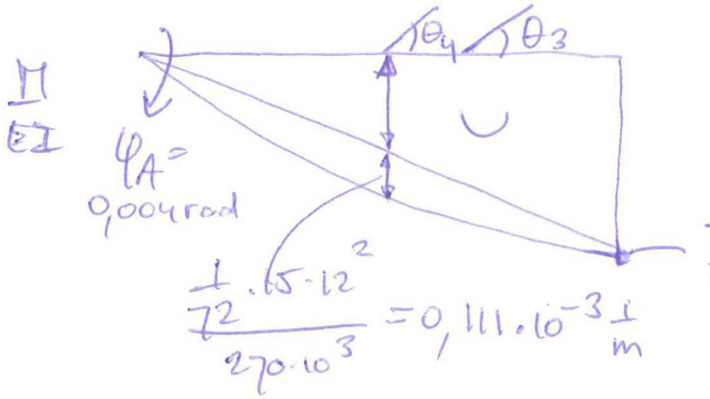


nu niet de top vd parabool dus opsplitsen driehoek + scheve parabool



$$\frac{1}{2}ql \cdot \frac{1}{6}l - q \cdot \frac{1}{6}l \cdot \frac{1}{12}l - M = 0$$

$$\Rightarrow M = \left(\frac{6}{72} - \frac{1}{72}\right)ql^2 = \frac{5}{72}ql^2$$



$$\theta_3 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}888 \cdot 10^{-3} \cdot 4 = 1{,}776 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\theta_4 = \frac{2}{3} \cdot 0{,}111 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{4}{2} = 0{,}296 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\frac{\frac{1}{9} \cdot 15 \cdot 12^2}{270 \cdot 10^3} = 0{,}888 \cdot 10^{-3} \frac{1}{m}$$

$$+\downarrow \; w_D = +\varphi_A \cdot 4 - \theta_4 \cdot 2 - \theta_3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 = +0{,}004 \cdot 4 - 0{,}296 \cdot 10^{-3} \cdot 2 - 1{,}776 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{4}{3} =$$

$$= 0{,}016 - 0{,}000592 - 0{,}002368$$

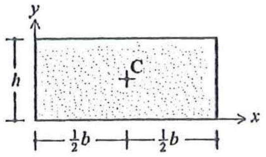
$$= 0{,}01304 \text{ m} = 13{,}04 \text{ mm} \downarrow$$

STUDIENUMMER

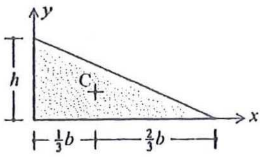
NAAM

Oppervlakte-eigenschappen voor gebruik bij de momentenvlakstellingen

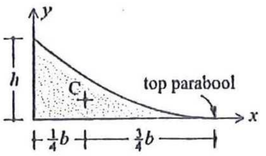
Oppervlakte-eigenschappen die veelvuldig worden gebruikt bij de momentenvlakstellingen



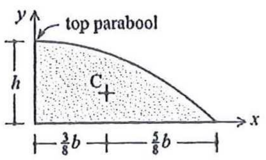
rechthoek:
$A = bh$
$x_C = \frac{1}{2}b$



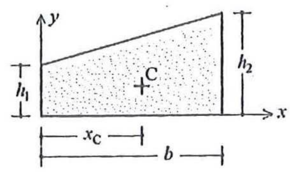
driehoek:
$A = \frac{1}{2}bh$
$x_C = \frac{1}{3}b$



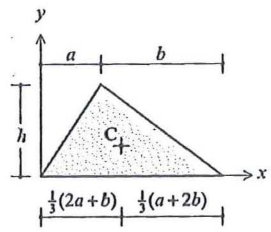
parabool:
$A = \frac{1}{3}bh$
$x_C = \frac{1}{4}b$



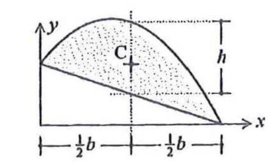
parabool:
$A = \frac{2}{3}bh$
$x_C = \frac{3}{8}b$



trapezium:
$A = \frac{1}{2}b(h_1 + h_2)$
$x_C = \frac{1}{3}b\frac{h_1 + 2h_2}{h_1 + h_2}$



driehoek:
$A = \frac{1}{2}(a+b)h$
$x_C = \frac{1}{3}(2a+b)$



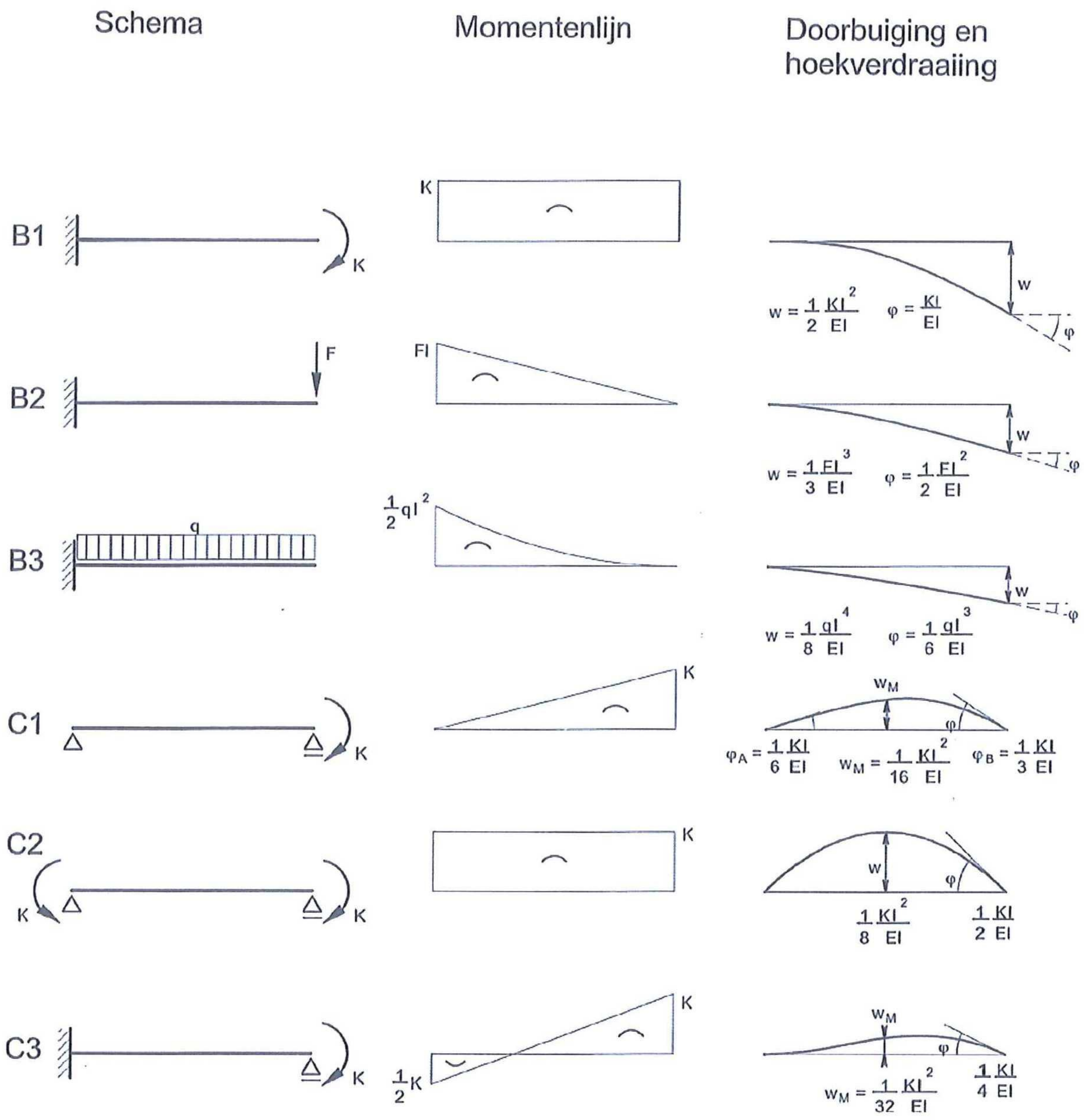
parabool:
$A = \frac{2}{3}bh$
$x_C = \frac{1}{2}b$

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
18 april 2017 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

Een aantal vergeet-me-nietjes



Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG **STUDIENUMMER** | | | | | | | |
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2 **NAAM**
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

Antwoordformulier
CTB1310
Constructiemechanica 2 5 ECTS

Maak alle opgaven op dit antwoordformulier. Lever dit formulier in.
Kladpapier wordt niet ingenomen.

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Tenzij anders vermeld wordt het **eigen gewicht van een constructie buiten beschouwing** gelaten.

Een blad met relevante **vergeet-me-nietjes** voor buigvervorming is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Een blad met relevante **oppervlakte-eigenschappen** voor gebruik bij de momentenvlakstellingen is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Benut controlemogelijkheden om rekenfouten te vermijden.
Maak de opgaven in een volgorde naar eigen keuze.
Let op: er zijn 6 **opgaven.**

vraag	score
1	
2	
3	
4	
5	
6	
totaal	

Technische Universiteit Delft

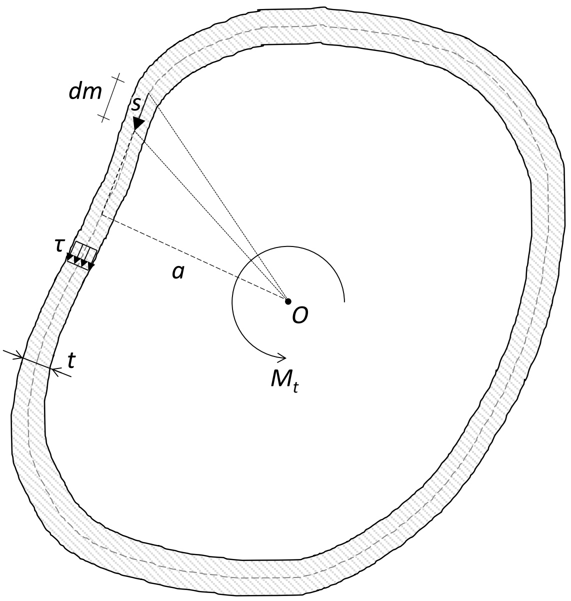
Faculteit CiTG **STUDIENUMMER**

Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2 **NAAM**

12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

OPGAVE 1 (gewicht 0,75 - ongeveer 15 minuten)

Gegeven: onderstaande gesloten dunwandige doorsnede, belast door een wringend moment M_t.
Een vijftal bruikbare noties (τ , s, dm , a en t) is aangegeven in de figuur.
Gevraagd: leidt de formule af voor de relatie tussen de schuifspanning τ en het wringend moment M_t . Omschrijf duidelijk de aanpak en de stappen die u neemt in de afleiding.



Technische Universiteit Delft

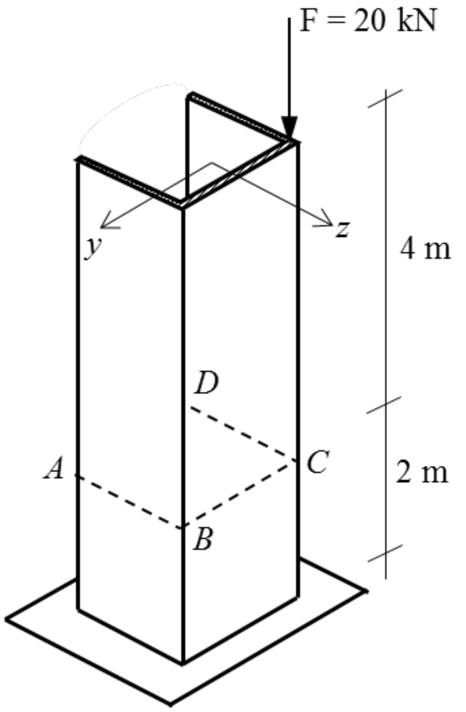
Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

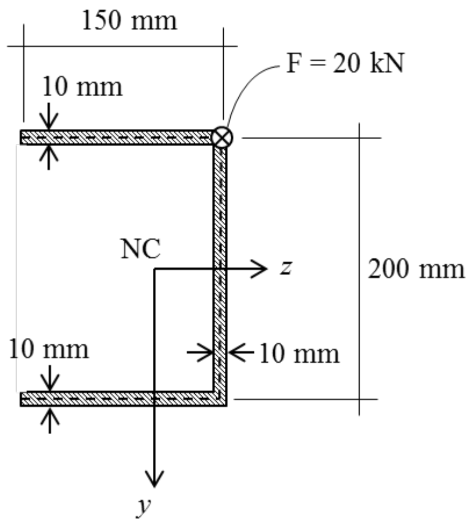
STUDIENUMMER

NAAM

OPGAVE 2 (gewicht 2,0 - ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaande kolom met een *dunwandige* U-vormige doorsnede. De kolom is aan de onderzijde ingeklemd en aan de bovenzijde belast door een excentrische verticale puntlast van 20 kN. Afmetingen, maten van de doorsnede en positie van de puntlast zijn aangegeven. De hoogte van de kolom is in de tekening verkort weergegeven, niet op schaal.





Gevraagd:

a. Bepaal de plaats van het normaalkrachtencentrum NC van de doorsnede.

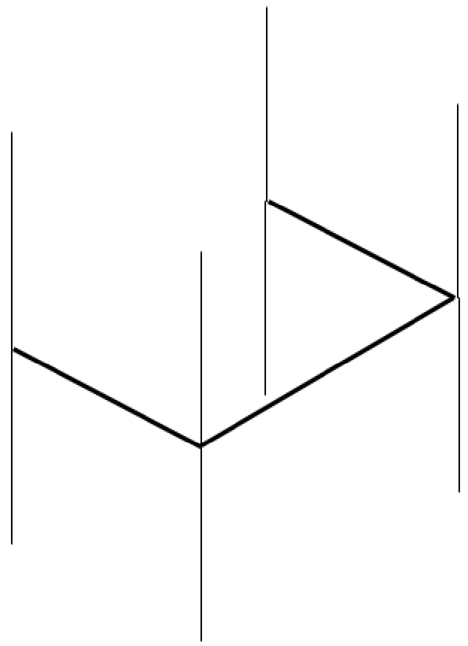
b. Toon aan dat twee relevante traagheidsmomenten van de doorsnede bij benadering gelijk zijn aan $36{,}67 \times 10^6$ en $12{,}37 \times 10^6$ mm^4 .

c. Bepaal de spanningen ten gevolge van normaalkracht en (dubbele) buiging voor de hoekpunten A, B, C en D van de aangegeven doorsnede op hoogte 2m. Let op de tekens.

STUDIENUMMER

NAAM

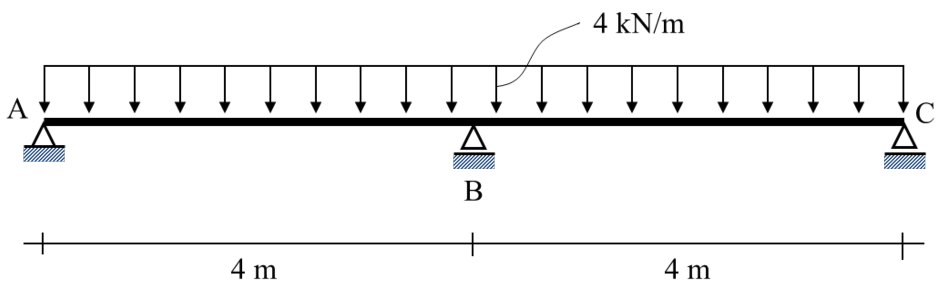
d. Teken onderstaand het spanningsdiagram voor die doorsnede. Schrijf de waarden in de vier hoekpunten erbij. Schets ook de neutrale lijn in het diagram. (Een handige schaal voor de tekening is: 1 cm = 5 N/mm^2).

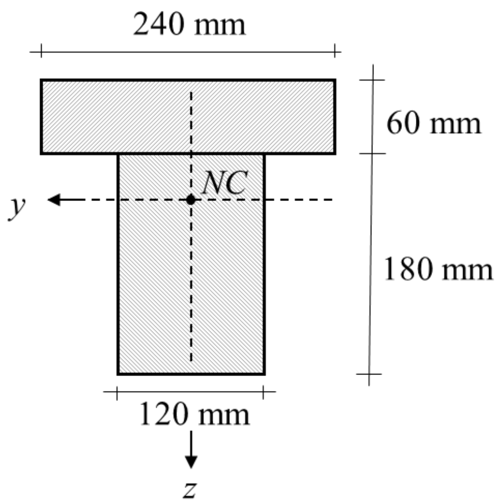


STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 3 (gewicht 2,25 – ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaande ligger op drie steunpunten. De ligger is opgebouwd uit twee houten delen die door een lijmverbinding tot één geheel zijn verbonden. Lengte-afmetingen, doorsnede-afmetingen en de gelijkmatig verdeelde belasting zijn aangegeven.





Gevraagd:

a. Bepaal het relevante traagheidsmoment van de doorsnede. Aanwijzing: deze ligt tussen 180×10^6 en 190×10^6 mm^4 .

STUDIENUMMER

NAAM

b. Kies de oplegreactie bij B als statisch onbepaalde. Bereken deze oplegreactie en toon aan dat deze gelijk is aan 20 kN.

c. Teken onderstaand de dwarskrachtenlijn. Zet waarden en afschuiftekens erbij.

d. Bereken de minimaal benodigde schuifsterkte van de lijmverbinding in N/mm^2.

e. Bereken de maximale schuifspanning in het hout in N/mm^2.

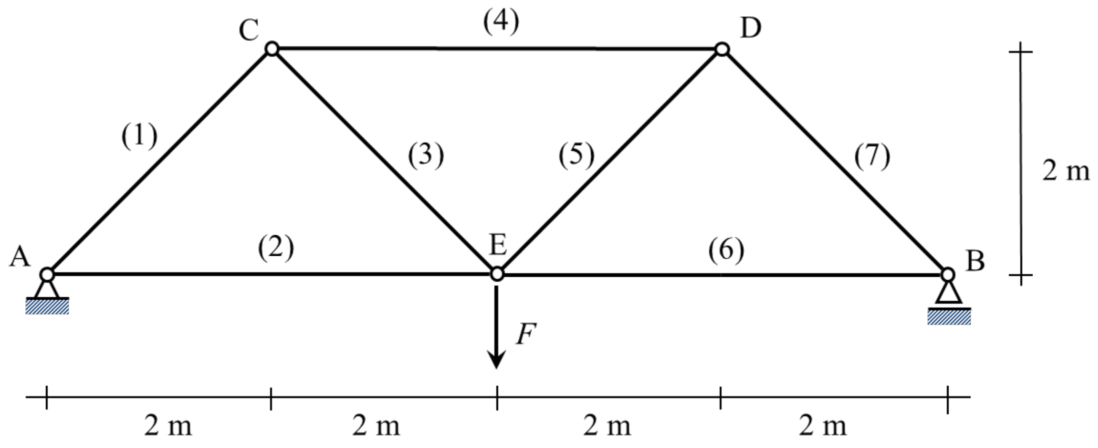
f. Bereken de maximale buigspanning (absolute waarde) in het hout in N/mm^2. Is dit een druk- of een trekspanning?

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG **STUDIENUMMER**
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2 **NAAM**
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

OPGAVE 4 (gewicht 2,0 – ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaand vakwerk. Bij de aangegeven belasting geldt voor de vier diagonaalstaven: $|\varepsilon| = 0{,}0005$ en voor de 3 overige staven: $|\varepsilon| = 0{,}00025$.

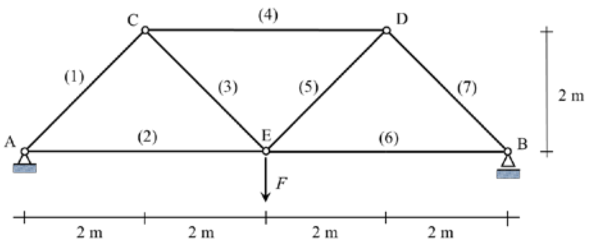


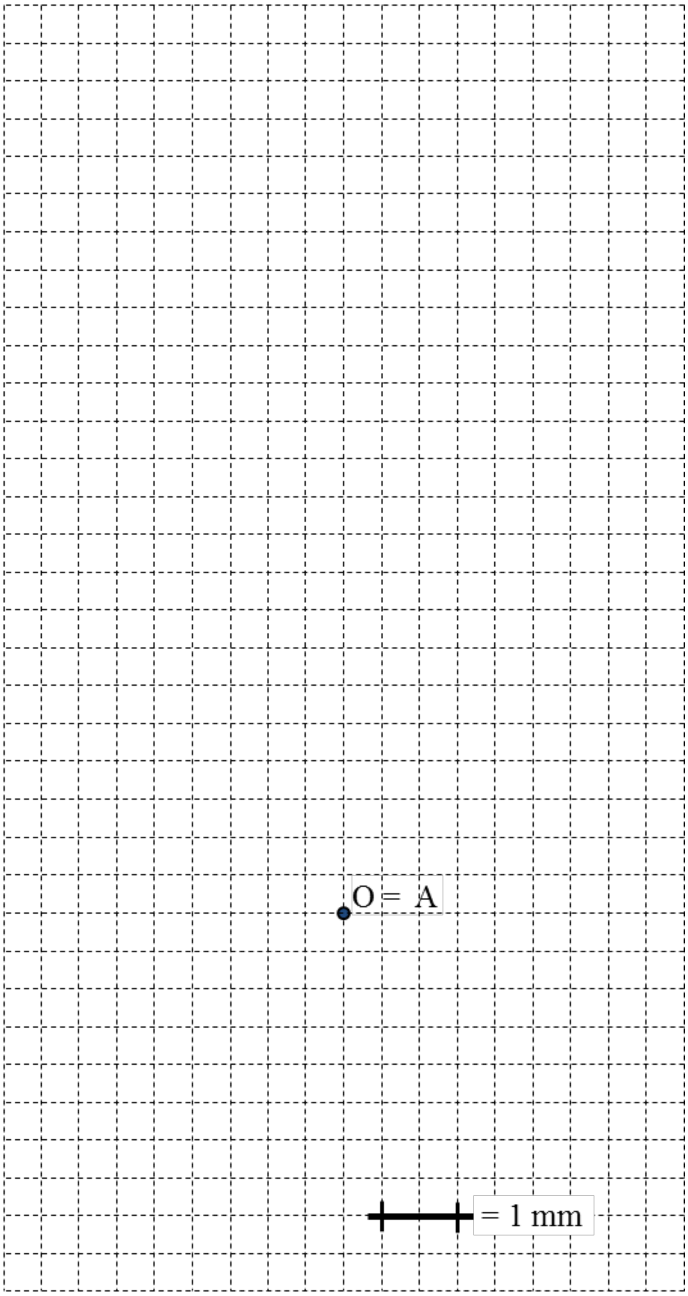
Gevraagd:

a. Bepaal de lengteverandering Δl van alle staven, met het goede teken voor verlenging of verkorting of nulstaven. Verzamel de waarden in de tabel.

Staaf i	l_i (m)	Δl_i (mm)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

b. Denk de rol bij B “weg” en hou de richting van AC (staaf 1) vast. Teken dan het Williot-diagram.





c. Over welke hoek moet het vakwerk worden "teruggedraaid"?

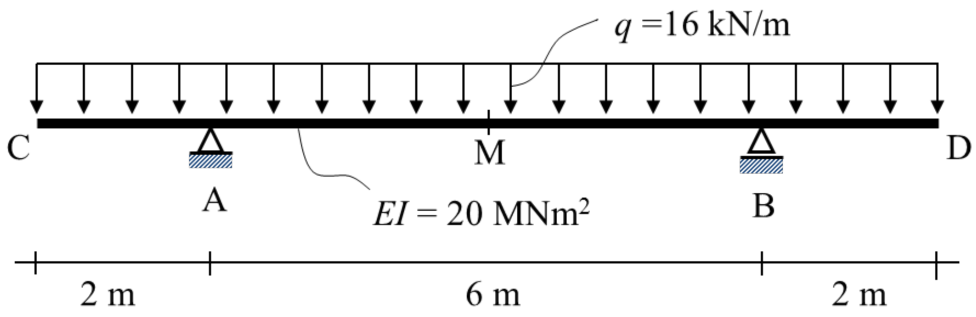
d. Bepaal de uiteindelijke horizontale verplaatsing (u_h) en verticale verplaatsing (u_v) van de knopen B en C. Verzamel de waarden in onderstaande tabel. Geef met een pijltje de richting aan.

Knooppunt	u_h (mm)	u_v (mm)
B		
C		

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 5 (gewicht 1,5 - ongeveer 30 minuten)

Gegeven: een vrij opgelegde ligger met overstekken. De ligger wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting. Maten, belasting en buigstijfheid *EI* zijn aangegeven in de figuur. Gebruik vergeet-me-nietjes. Een blad met vergeet-me-nietjes is toegevoegd aan dit antwoordformulier.



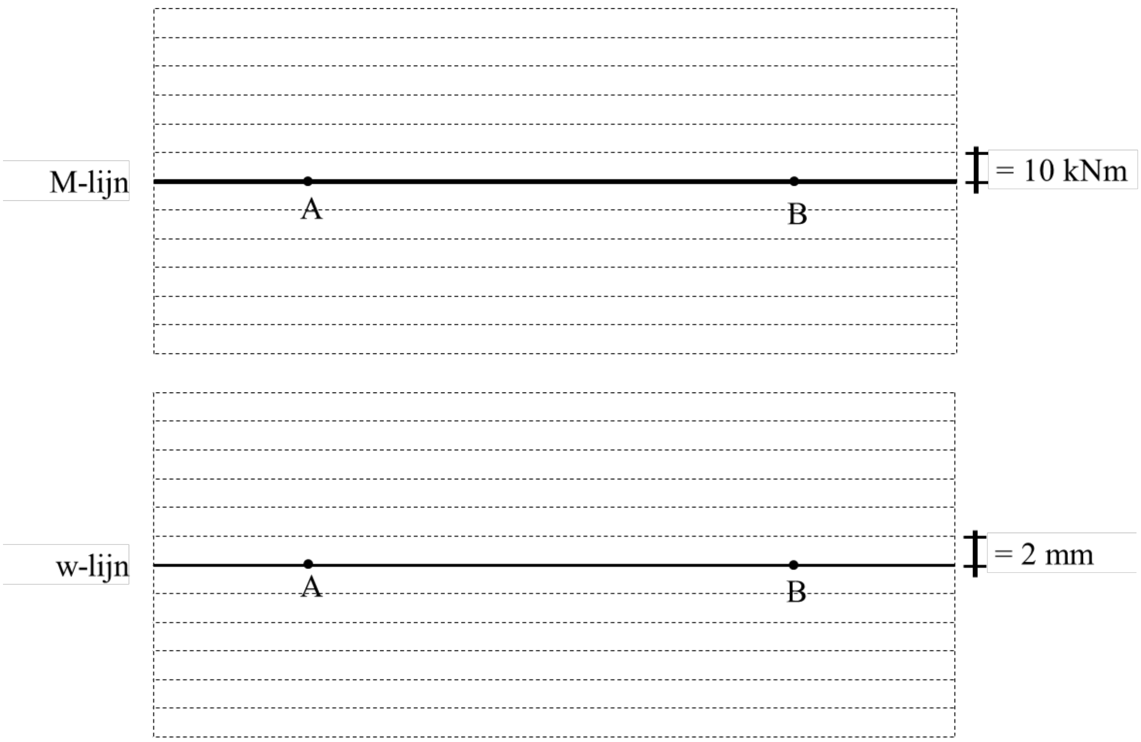
Gevraagd:

a. De verticale verplaatsing w_M in het midden van overspanning AB, in mm. Geef met een pijltje aan of het omhoog of omlaag is.

b. De hoekverdraaiing φ_A van A. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

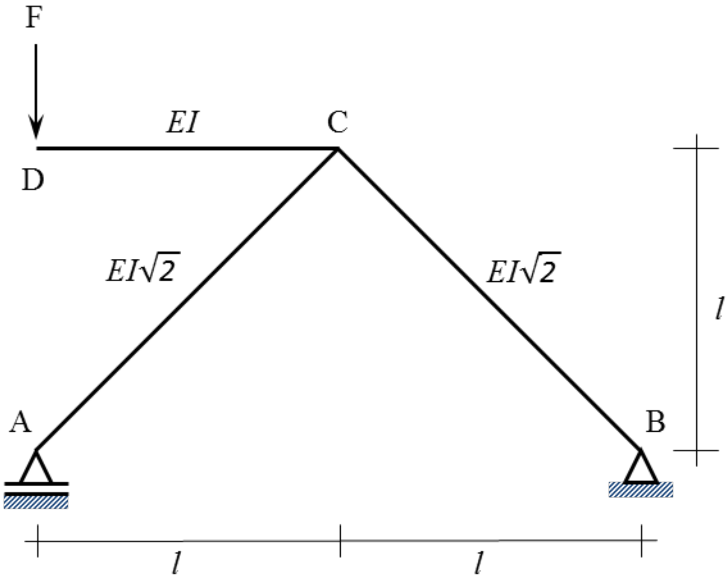
c. De verticale verplaatsing w_C in het vrije einde C. Geef met een pijltje aan of het omhoog of omlaag is.

d. Schets onderstaand de momentenlijn en de doorbuigingslijn. Geef markante punten aan. Zet waarden erbij.



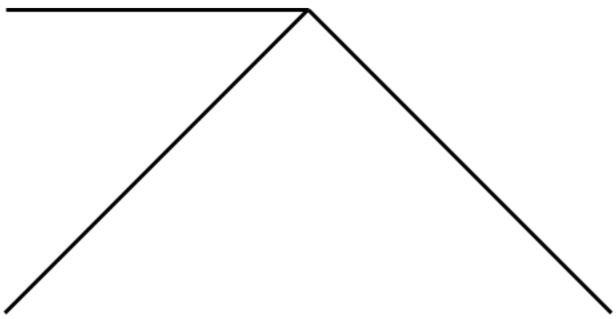
OPGAVE 6 (gewicht 1,5 - ongeveer 30 minuten)

Gegeven: onderstaande constructie opgelegd met een scharnier in B en een rol in A. De puntlast, de opleggingen, de lengtematen en de buigstijfheden zijn aangegeven. Normaalkrachtvervorming wordt verwaarloosd ten opzichte van buigvervorming.
Deze opgave dient te worden uitgewerkt met momentenvlakstellingen. Een blad met relevante oppervlakte-eigenschappen is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

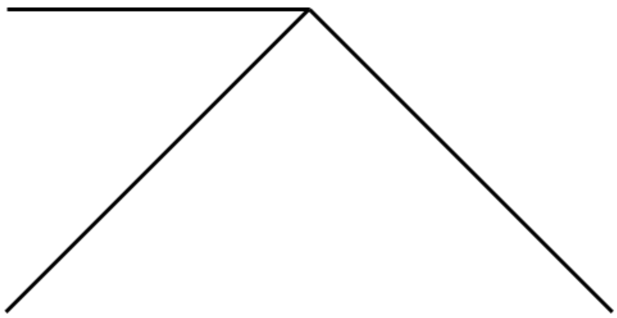


Gevraagd:

a. Bepaal de oplegreacties en schets onderstaand de *M*-lijn. Zet de buigtekens en de waarden (uitgedrukt in *F* en *l*) erbij.



b. Schets onderstaand de *M/EI*-lijn. Zet de buigtekens en de waarden (uitgedrukt in *F*, *l* en *EI*) erbij.



c. De rotatie φ_B in B, uitgedrukt in *F*, *l* en *EI*. Geef aan of het linksom of rechtsom is.

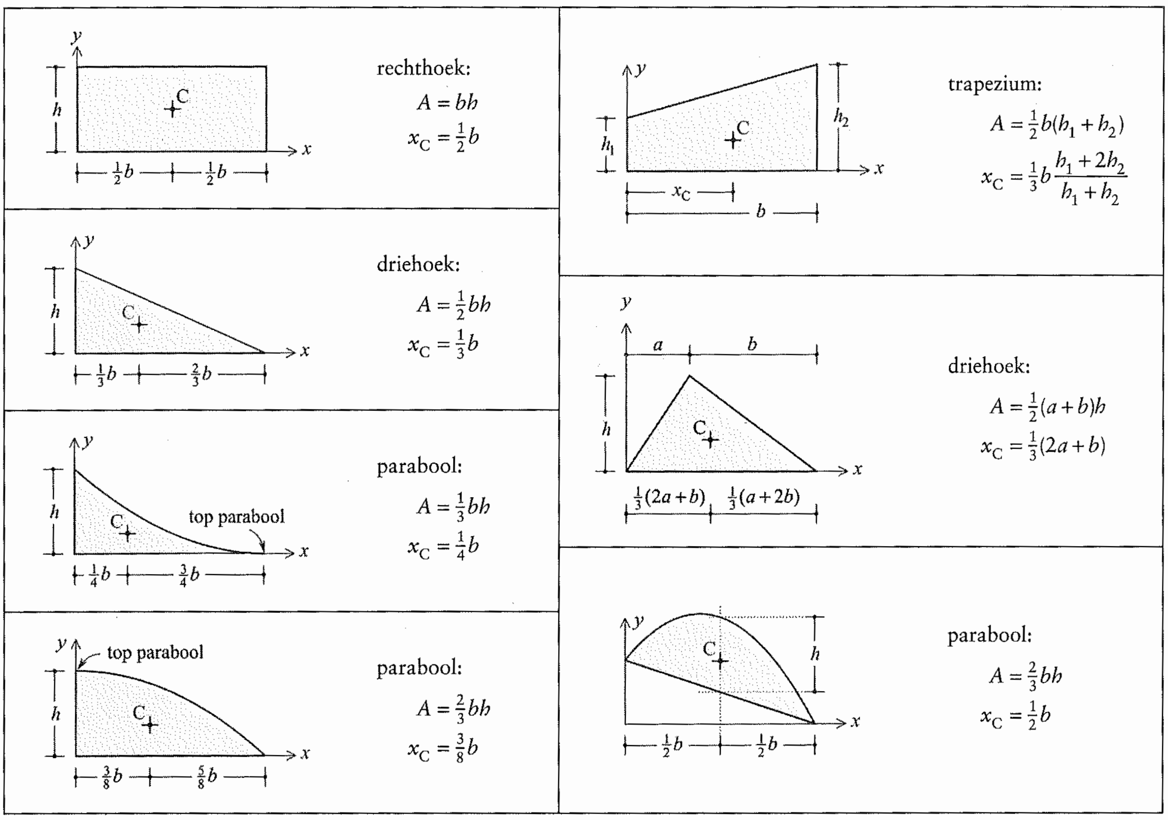
STUDIENUMMER

NAAM

d. De horizontale verplaatsing van A, uitgedrukt in F, l en EI. Geef aan of het naar links of naar rechts is.

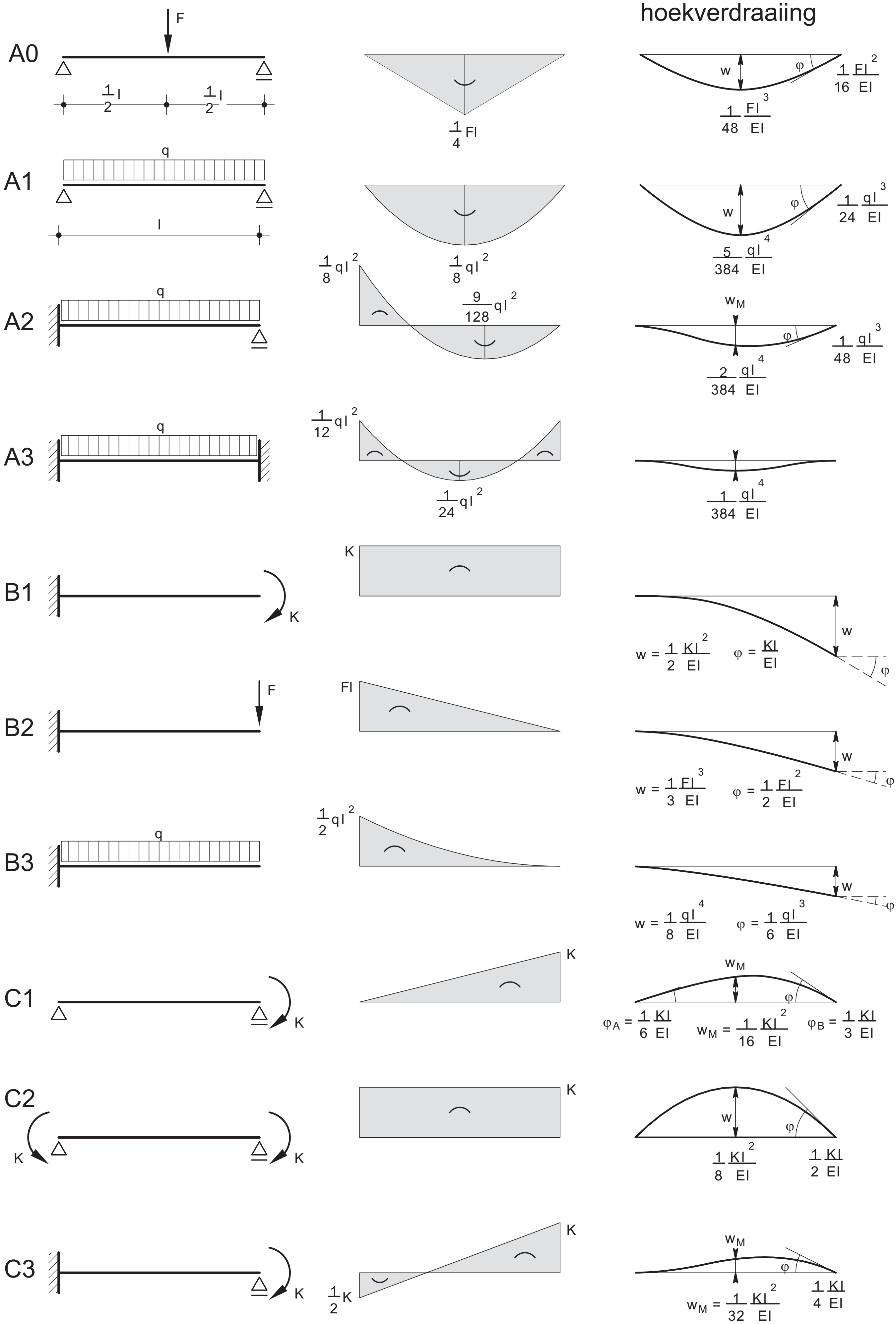
e. De verticale verplaatsing van D, uitgedrukt in F, l en EI. Geef aan of het omhoog of omlaag is.

Oppervlakte-eigenschappen voor gebruik bij de momentenvlakstellingen


Oppervlakte-eigenschappen die veelvuldig worden gebruikt bij de momentenvlakstellingen

rechthoek: $A = bh$, $x_C = \frac{1}{2}b$	trapezium: $A = \frac{1}{2}b(h_1 + h_2)$, $x_C = \frac{1}{3}b\frac{h_1 + 2h_2}{h_1 + h_2}$
driehoek: $A = \frac{1}{2}bh$, $x_C = \frac{1}{3}b$	driehoek: $A = \frac{1}{2}(a+b)h$, $x_C = \frac{1}{3}(2a+b)$
parabool: $A = \frac{1}{3}bh$, $x_C = \frac{1}{4}b$	parabool: $A = \frac{2}{3}bh$, $x_C = \frac{1}{2}b$
parabool: $A = \frac{2}{3}bh$, $x_C = \frac{3}{8}b$	

Schema | Momentenlijn | Doorbuiging en hoekverdraaiing



Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM Jan Rots

UITWERKINGEN

Antwoordformulier
CTB1310
Constructiemechanica 2 — 5 ECTS

Maak alle opgaven op dit antwoordformulier. Lever dit formulier in.
Kladpapier wordt niet ingenomen.

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Tenzij anders vermeld wordt het **eigen gewicht van een constructie buiten beschouwing** gelaten.

Een blad met relevante **vergeet-me-nietjes** voor buigvervorming is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Een blad met relevante **oppervlakte-eigenschappen** voor gebruik bij de momentenvlakstellingen is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Benut controlemogelijkheden om rekenfouten te vermijden.
Maak de opgaven in een volgorde naar eigen keuze.
Let op: er zijn 6 **opgaven.**

vraag	score
1	
2	
3	
4	
5	
6	
totaal	

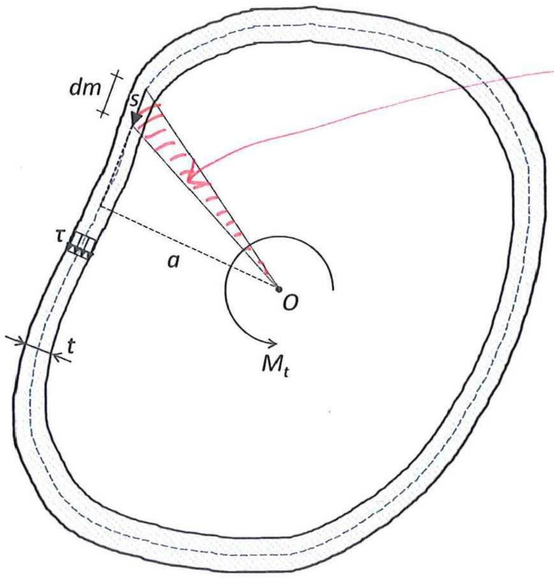
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 1 (gewicht 0,75 - ongeveer 15 minuten)

Gegeven: onderstaande gesloten dunwandige doorsnede, belast door een wringend moment M_t. Een vijftal bruikbare noties (τ , s, dm , a en t) is aangegeven in de figuur.
Gevraagd: leidt de formule af voor de relatie tussen de schuifspanning τ en het wringend moment M_t . Omschrijf duidelijk de aanpak en de stappen die u neemt in de afleiding.



opp. $dA_m = \frac{1}{2} \cdot a \cdot dm$

- Schuifstroom s (= kracht/lengte) is constant over de omtrek, vgl. het begrip "debiet" in de vloeistofmechanica.
- Schuifspanning τ (= kracht/opp.) is de schuifstroom s gedeeld door de wanddikte t: $\tau = \frac{s}{t}$ (t groot → τ klein, t klein → τ groot)
- Bijdrage schuifstroom s op klein oppervlakje met lengte dm aan het wringend moment is: $dM_t = \underbrace{s \cdot dm}_{\text{kracht}} \cdot \underbrace{a}_{\text{arm van } s \text{ t.o.v. } O}$
- $dm \cdot a$ is te relateren aan het opp. dA_m onder de getekende driehoek: $dA_m = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{a}_{\text{"basis"}} \cdot \underbrace{dm}_{\text{"hoogte"}}$
  dus $a \cdot dm = 2 \cdot dA_m$
- Totale wringend moment:
  $$M_t = \int dM_t = \int_{\text{omtrek}} s \cdot 2 \cdot dA_m = 2s \cdot \int_{\text{omtrek}} dA_m = 2 \cdot s \cdot A_{omsloten}$$
  omsloten opp. van de gehele dsn.
- $\Rightarrow s = \frac{M_t}{2 \cdot A_{omsloten}} \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{s}{t} = \frac{M_t}{2 \cdot A_{omsloten} \cdot t}}$

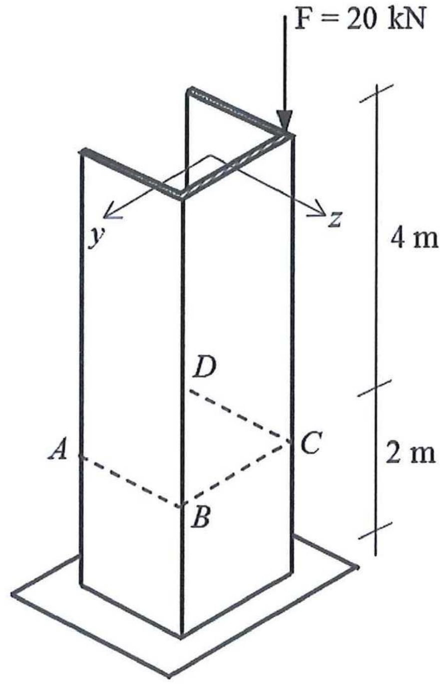
Technische Universiteit Delft

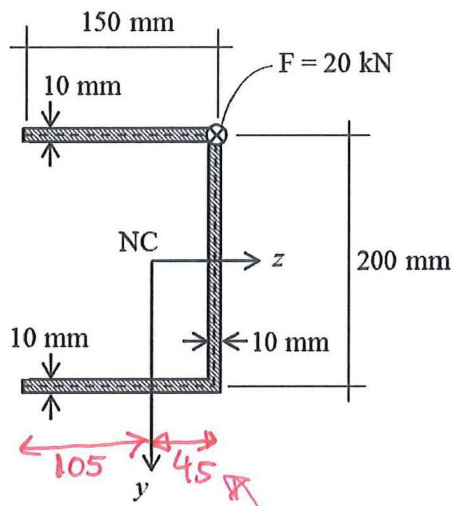
Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 2 (gewicht 2,0 - ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaande kolom met een *dunwandige* U-vormige doorsnede. De kolom is aan de onderzijde ingeklemd en aan de bovenzijde belast door een excentrische verticale puntlast van 20 kN. Afmetingen, maten van de doorsnede en positie van de puntlast zijn aangegeven. De hoogte van de kolom is in de tekening verkort weergegeven, niet op schaal.





$A = 2 \cdot 150 \cdot 10 + 200 \cdot 10 = 5000 \text{ mm}^2$

Gevraagd:

a. Bepaal de plaats van het normaalkrachtencentrum NC van de doorsnede.

t.o.v. rechts: $2 \cdot (150 \cdot 10 \cdot 75) = a \cdot 5000$

$\Rightarrow a = \dfrac{225000}{5000} = 45 \text{ mm}$

b. Toon aan dat twee relevante traagheidsmomenten van de doorsnede bij benadering gelijk zijn aan $36{,}67 \times 10^6$ en $12{,}37 \times 10^6$ mm^4.

I_{yy} (buiging om de z-as) $= \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 200^3 + 2 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot 150 \cdot 10^3 + 100^2 \cdot 150 \cdot 10\right)$

$= 6{,}67 \cdot 10^6 + 2 \cdot (\underbrace{0{,}0125 \cdot 10^6}_{\approx 0} + 15 \cdot 10^6)$

"eigen" traagheidsmomenten flenzen ≈ 0

$\approx 6{,}67 \cdot 10^6 + 30 \cdot 10^6 = 36{,}67 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG

Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2

12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM

I_{zz} (buiging om de y-as) $= \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 10^3 + 45^2 \cdot 200 \cdot 10 +$

$+ 2 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 150^3 + (75-45)^2 \cdot 150 \cdot 10 \right)$

$= \underset{\approx 0}{0{,}0167 \cdot 10^6} + 4{,}05 \cdot 10^6 + 2 \cdot (2{,}81 \cdot 10^6 + 1{,}35 \cdot 10^6)$

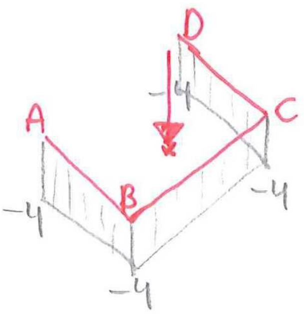
$\approx 0 + 4{,}05 \cdot 10^6 + 8{,}32 \cdot 10^6$

$\approx 12{,}37 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

c. Bepaal de spanningen ten gevolge van normaalkracht en (dubbele) buiging voor de hoekpunten A, B, C en D van de aangegeven doorsnede op hoogte 2m. Let op de tekens.

Hoogte van de doorsnede maakt niet uit, overal dezelfde N en M's.

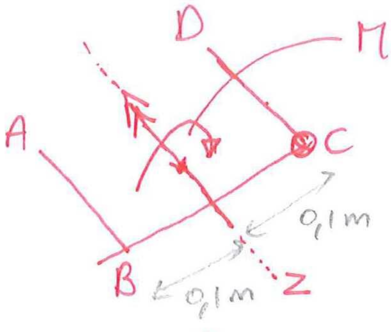
1



Normaalkracht: $N = 20$ kN druk

$\sigma_{tgv\,N} = \frac{N}{A} = \frac{-20 \cdot 10^3}{5000} = -4 \text{ N/mm}^2$ constant over dsn.

2



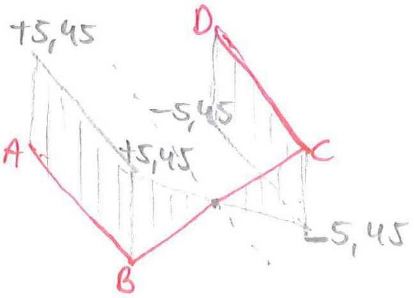
Moment om de z-as $= 20 \cdot 0{,}1 = 2$ kNm

te combineren met I om de z-as, dwz. I_{yy}

Geeft druk in C en D, trek in A en B

$\sigma_{C,D} = -\frac{2 \cdot 10^6 \cdot 100}{36{,}67 \cdot 10^6} = -5{,}45 \text{ N/mm}^2$

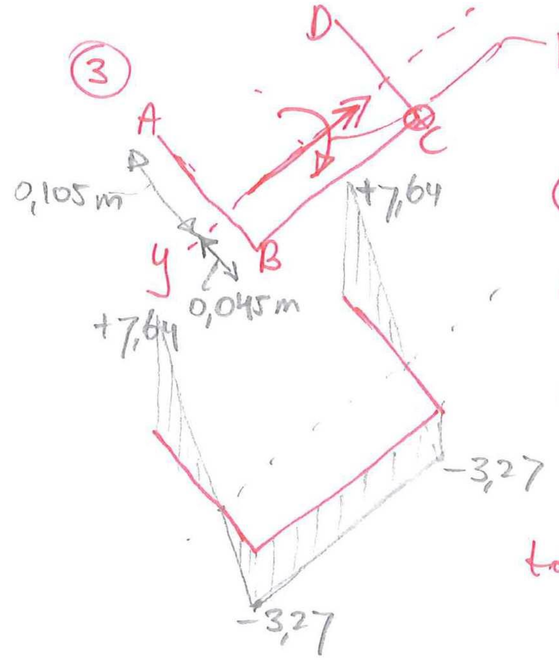
$\sigma_{A,B} = +5{,}45 \text{ N/mm}^2$



2.0.2.

STUDIENUMMER

NAAM



Moment om de y-as = 20 · 0,045 = 0,9 kNm
te combineren met I om de y-as, dwz I_{zz}
Geeft druk in B en C, trek in A en D.

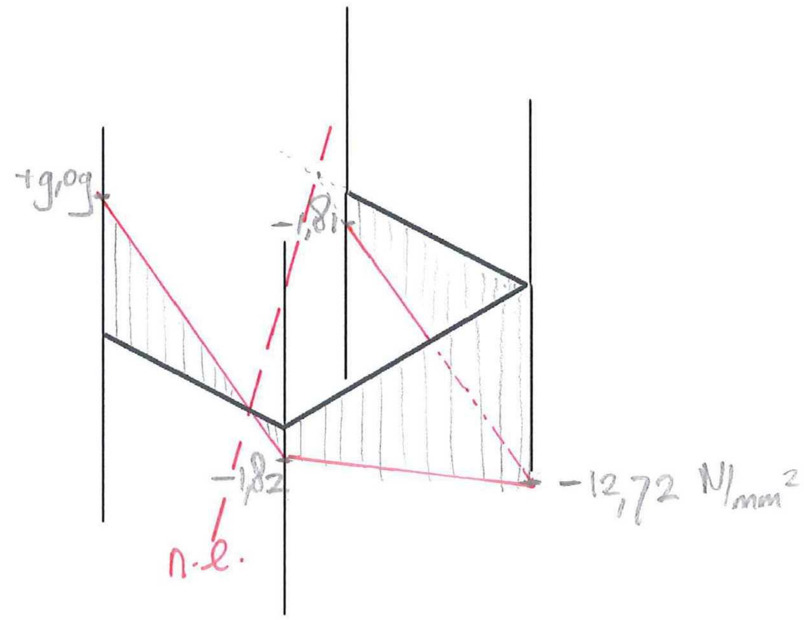
$$\sigma_{B,C} = -\frac{0{,}9 \cdot 10^6 \cdot 45}{12{,}37 \cdot 10^6} = -3{,}27 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{A,D} = +\frac{0{,}9 \cdot 10^6 \cdot 105}{12{,}37 \cdot 10^6} = +7{,}64 \text{ N/mm}^2$$

totaal 1, 2, 3:

A : $-4 + 7{,}64 + 5{,}45 = +9{,}09$ N/mm²
B : $-4 - 3{,}27 + 5{,}45 = -1{,}82$ "
C : $-4 - 3{,}27 - 5{,}45 = -12{,}72$ "
D : $-4 + 7{,}64 - 5{,}45 = -1{,}81$ "

d. Teken onderstaand het spanningsdiagram voor die doorsnede. Schrijf de waarden in de vier hoekpunten erbij. Schets ook de neutrale lijn in het diagram. (Een handige schaal voor de tekening is: 1 cm = 5 N/mm^2).



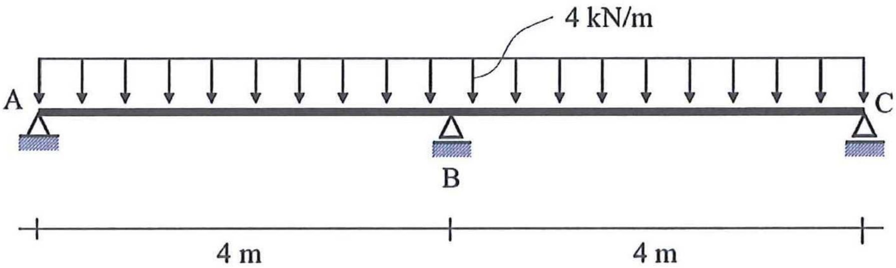
Technische Universiteit Delft

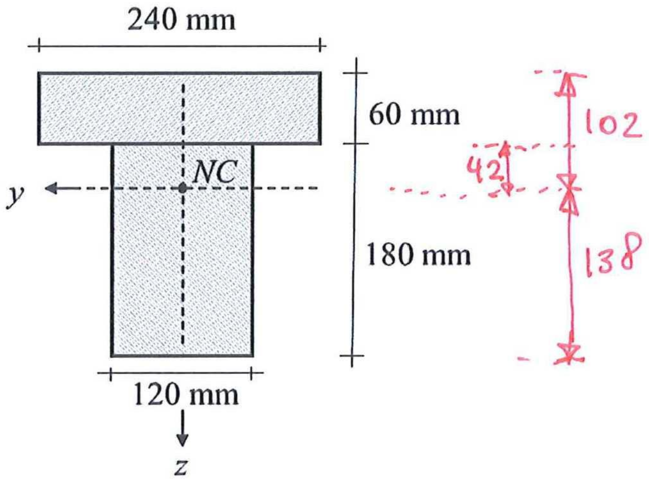
Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 3 (gewicht 2,25 – ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaande ligger op drie steunpunten. De ligger is opgebouwd uit twee houten delen die door een lijmverbinding tot één geheel zijn verbonden. Lengte-afmetingen, doorsnede-afmetingen en de gelijkmatig verdeelde belasting zijn aangegeven.





Gevraagd:

a. Bepaal het relevante traagheidsmoment van de doorsnede. Aanwijzing: deze ligt tussen 180×10^6 en 190×10^6 mm^4.

$A_{doorsnede} = 240 \cdot 60 + 120 \cdot 180 = 36000$ N/mm^2

NC, t.o.v. bovenzijde: $240 \cdot 60 \cdot 30 + 120 \cdot 180 \cdot (60+90) = \text{afstand} \cdot 36000$

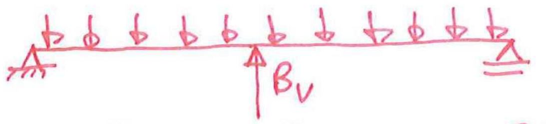
$\Rightarrow \text{afstand} = 102$ mm

$$I_{zz} = \underbrace{\tfrac{1}{12} \cdot 240 \cdot 60^3 + 72^2 \cdot 240 \cdot 60}_{\text{bovendeel}} + \underbrace{\tfrac{1}{12} \cdot 120 \cdot 180^3 + (138-90)^2 \cdot 120 \cdot 180}_{\text{onderste deel}}$$

$= (4{,}32 + 74{,}650 + 58{,}32 + 49{,}77) \cdot 10^6$

$\approx 187 \cdot 10^6$ mm^4

b. Kies de oplegreactie bij B als statisch onbepaalde. Bereken deze oplegreactie en toon aan dat deze gelijk is aan 20 kN.



eis: $w_B = 0$ $\downarrow w$ (+)

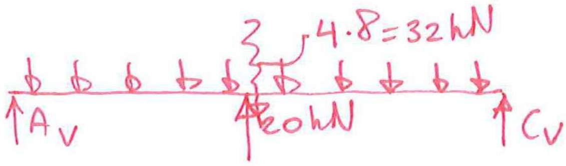
in kN en m

$$w_B = +\text{"}\frac{5}{384}\frac{ql^4}{EI}\text{"} - \text{"}\frac{1}{48}\frac{B_v l^3}{EI}\text{"} = \frac{5}{384}\cdot\frac{4\cdot 8^4}{EI} - \frac{1}{48}\frac{B_v\cdot 8^3}{EI} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{5}{384}\cdot 4\cdot 8 = \frac{1}{48} B_v \Rightarrow B_v = 20 \text{ kN} \uparrow$$

c. Teken onderstaand de dwarskrachtenlijn. Zet waarden en afschuiftekens erbij.

oplegreacties:

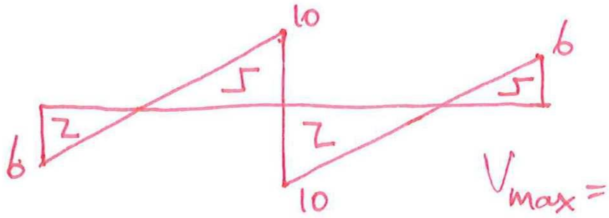


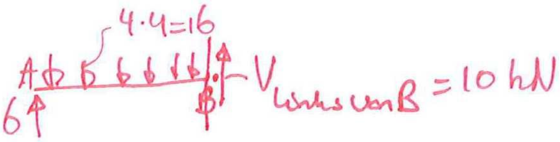
Symmetrie: $A_v = C_v$

$\Sigma F_{vert} = 0 \Rightarrow 2A_v + 20 = 32$

$\Rightarrow A_v = 6 \text{ kN} \uparrow = C_v$

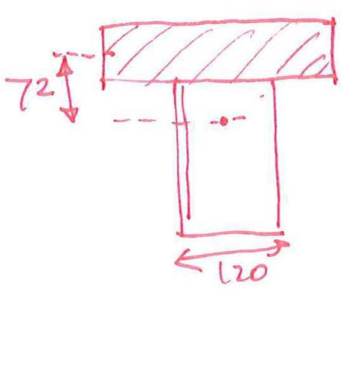
V-lijn





$V_{max} = 10$ kN

d. Bereken de minimaal benodigde schuifsterkte van de lijmverbinding in N/mm^2.



$$\tau = \text{"}\frac{V\cdot S_a}{b\cdot I}\text{"}$$

maatgevend $V = V_{max} = 10$ kN $= 10\cdot 10^3$ N

$S_a = 240\cdot 60\cdot \underbrace{(42+30)}_{72} = 1036800 \text{ mm}^3$

$b = 120$ mm

$I = 187\cdot 10^6 \text{ mm}^4$

$$\Rightarrow \tau = \frac{10\cdot 10^3 \cdot 1{,}0368\cdot 10^6}{120\cdot 187\cdot 10^6} \approx 0{,}462 \text{ N/mm}^2$$

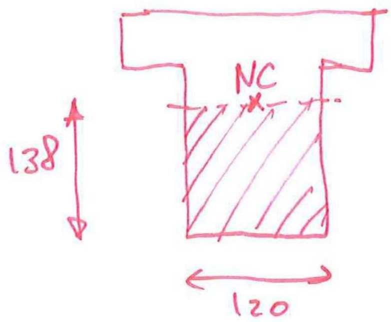
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

e. Bereken de maximale schuifspanning in het hout in N/mm^2.

t.p.v. NC



$$\tau = \text{"}\frac{V \cdot S_a}{bI}\text{"}$$

maatgevend $V = V_{max} = 10 \cdot 10^3$ N

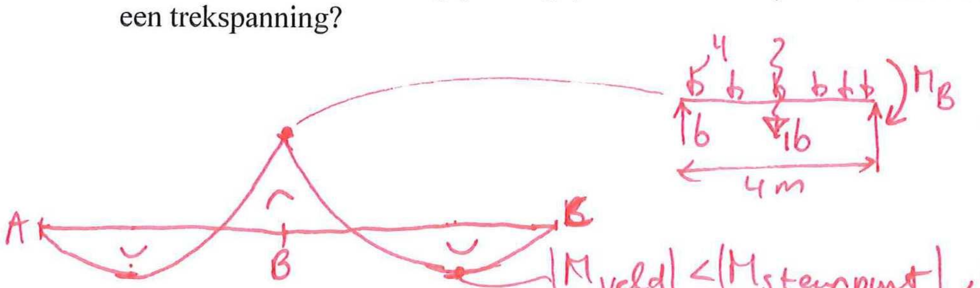
$S_a = 120 \cdot 138 \cdot \frac{1}{2} \cdot 138 = 1{,}142640 \cdot 10^6$ mm^3

$b = 120$ mm

$I = 187 \cdot 10^6$ mm^4

$$\tau = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 1{,}14264 \cdot 10^6}{120 \cdot 187} \approx 0{,}509 \text{ N/mm}^2$$

f. Bereken de maximale buigspanning (absolute waarde) in het hout in N/mm^2. Is dit een druk- of een trekspanning?



$6 \cdot 4 - 16 \cdot 2 + M_B = 0$

$\Rightarrow M_B = 8$ kNm opbuigend

$(\frac{1}{8}ql^2)$

$|M_{veld}| < |M_{steunpunt}|$, daar waar $V=0$ $\frac{9}{128}ql^2$ zie 3^e vergeet-me-nietje

In langsrichting: $|M|$ max. tpv B

In dwarsrichting: onderkant is verst van NC, dus daar $|\sigma|$ maximaal

$$|\sigma| = \text{"}\frac{M \cdot z}{I}\text{"} = \frac{8 \cdot 10^6 \cdot 138}{187 \cdot 10^6} = 5{,}9 \text{ N/mm}^2$$

Dit is een drukspanning, dus $-5{,}9$ N/mm^2

want ⌒ vezel korter → druk

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG — **STUDIENUMMER**
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2 — **NAAM**
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

OPGAVE 4 (gewicht 2,0 – ongeveer 35 minuten)

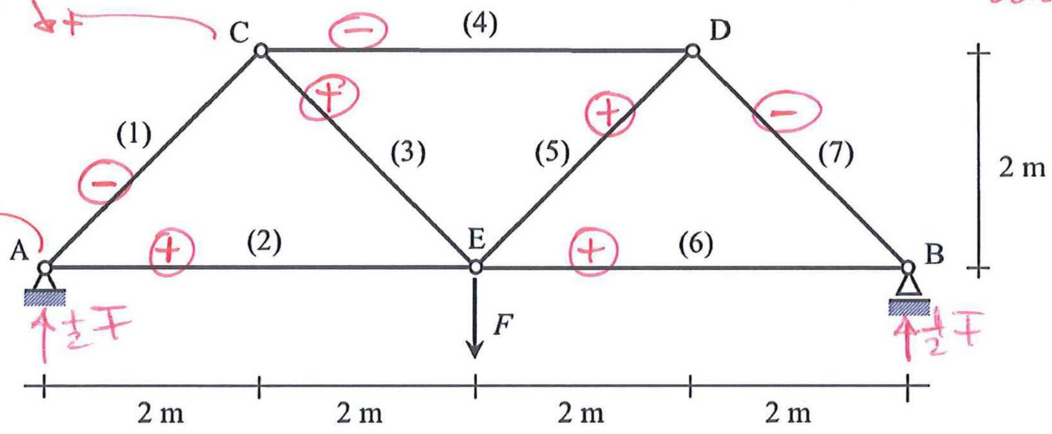
Gegeven: onderstaand vakwerk. Bij de aangegeven belasting geldt voor de vier diagonaalstaven: $|\,\varepsilon\,| = 0{,}0005$ en voor de 3 overige staven: $|\,\varepsilon\,| = 0{,}00025$.

dan C:

vervolgens: symmetrie dus (5) en (6) ook trek, (7) druk

begin met knoop A:

$\frac{1}{2}F$ + verticaal evenw. ⇒ (1) drukstaaf



Gevraagd:

a. Bepaal de lengteverandering Δl van alle staven, met het goede teken voor verlenging of verkorting of nulstaven. Verzamel de waarden in de tabel.

$= \varepsilon \cdot l$

	Staaf i	l_i (m)	Δl_i (mm)
−	1	$2\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
+	2	4	+1
+	3	$2\sqrt{2}$	$+\sqrt{2}$
−	4	4	−1
+	5	$2\sqrt{2}$	$+\sqrt{2}$
+	6	4	+1
−	7	$2\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$

$(0{,}0005 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 10^3)$
$(0{,}00025 \cdot 4 \cdot 10^3)$
etc.

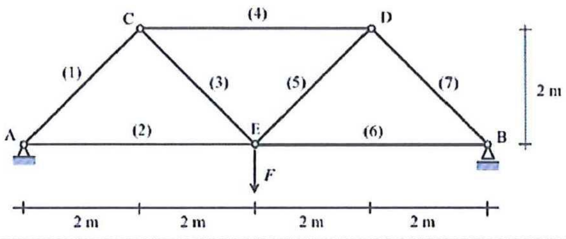
Technische Universiteit Delft

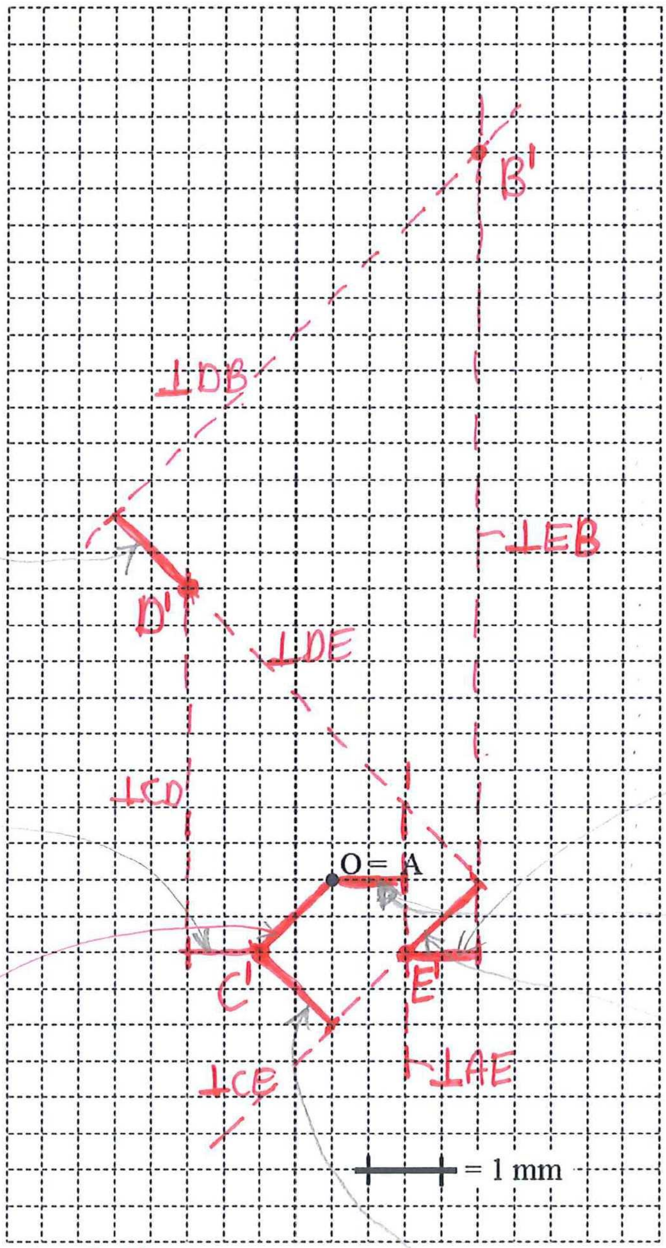
Faculteit CiTG **STUDIENUMMER**

Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2 **NAAM**

12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

b. Denk de rol bij B "weg" en hou de richting van AC (staaf 1) vast. Teken dan het Williot-diagram.





u_B verticaal $= 10$ mm ↑

(20 blokjes)

B wil tov D $\sqrt{2}$ mm naar links boven

D wil tov C 1 mm naar links

B wil tov E 1 mm naar rechts

E wil tov A 1 mm naar rechts

D wil tov E $\sqrt{2}$ mm naar rechtsboven

C wil tov A $\sqrt{2}$ (mm) naar linksonder en blijft in vastgehouden richting AC

E wil tov C $\sqrt{2}$ (mm) naar rechtsonder

STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM

c. Over welke hoek moet het vakwerk worden "teruggedraaid"?

Rol B komt 10 mm omhoog (opmeten uit Williot diagram).
Dit kan niet.
Dus terugdraaien om A met hoek $\varphi = \frac{10 \text{ mm}}{8000 \text{ mm}} = 0{,}00125$ rad.
ℓ_{AB}

d. Bepaal de uiteindelijke horizontale verplaatsing (u_h) en verticale verplaatsing (u_v) van de knopen B en C. Verzamel de waarden in onderstaande tabel. Geef met een pijltje de richting aan.

B: na terugdraaien is de verticale verplaatsing u_v weer 0.
u_h: ~~horizontale~~ verticale verplaatsing van B tov draaipunt A = 0
dus geen correctie voor de horiz. verpl. u_h
dwz u_h opmeten uit Williot: 2 mm →

C: uit Williot: $u_v = 1$ mm ↓
correctie terugdraaien: $u_v^{corr} = \varphi \cdot$ (horiz. afstand tussen A en C)
$= 0{,}00125 \cdot 2000 = 2{,}5$ mm ↓
totaal: $u_v = 3{,}5$ mm ↓
uit Williot: $u_h = 1$ mm ←
correctie: $u_h^{corr} = \varphi \cdot$ (vertic. afstand tussen A en C)
$= 0{,}00125 \cdot 2000 = 2{,}5$ mm →
totaal:
$u_h = 1{,}5$ mm →

Knooppunt	u_h (mm)	u_v (mm)
B	2 →	0
C	1,5 →	3,5 ↓

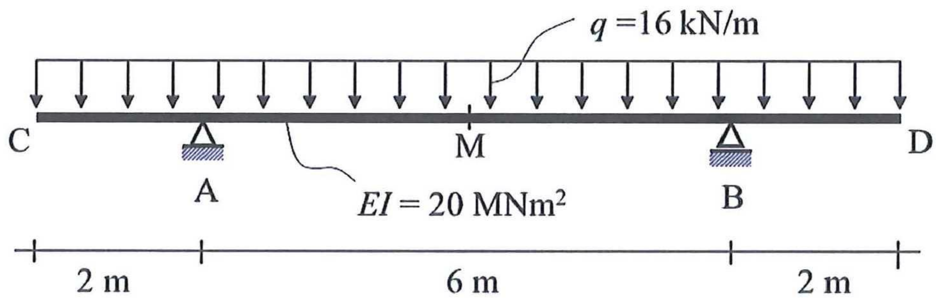
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 5 (gewicht 1,5 - ongeveer 30 minuten)

Gegeven: een vrij opgelegde ligger met overstekken. De ligger wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting. Maten, belasting en buigstijfheid EI zijn aangegeven in de figuur. Gebruik vergeet-me-nietjes. Een blad met vergeet-me-nietjes is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

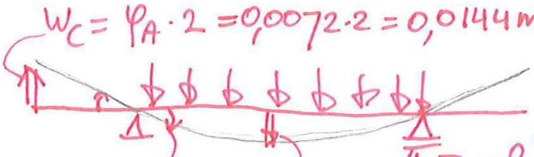


Gevraagd:

a. De verticale verplaatsing w_M in het midden van overspanning AB, in mm. Geef met een pijltje aan of het omhoog of omlaag is.

$w_C = \varphi_A \cdot 2 = 0{,}0072 \cdot 2 = 0{,}0144 \text{ m} \uparrow = 14{,}4 \text{ mm} \uparrow$

①



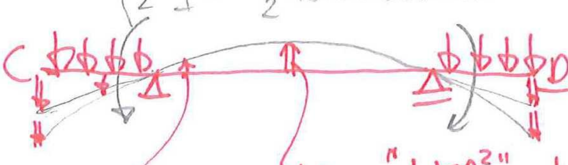
$w_M =$ "$\frac{5}{384}\frac{ql^4}{EI}$" $= \frac{5}{384}\cdot\frac{16\cdot 6^4}{20\cdot 10^3} = 0{,}0135 \text{ m} \downarrow = 13{,}5 \text{ mm}$

$\varphi_A =$ "$\frac{1}{24}\frac{ql^3}{EI}$" $= \frac{1}{24}\cdot\frac{16\cdot 6^3}{20\cdot 10^3} = 0{,}0072 \text{ rad} \circlearrowright$

"scheef inklemmen"

②

$\frac{1}{2}\cdot q\cdot 2^2 = \frac{1}{2}\cdot 16\cdot 2^2 = 32 \text{ kNm}$



$w_D = w_C = \varphi_A \cdot 2 +$ "$\frac{1}{8}\frac{ql^4}{EI}$" $= 0{,}0048\cdot 2 + \frac{1}{8}\cdot\frac{16\cdot 2^4}{20000} = 0{,}0096 + 0{,}0016 = 0{,}0112 \text{ m} \downarrow = 11{,}2 \text{ mm} \downarrow$

$w_M =$ "$\frac{1}{8}\frac{kl^2}{EI}$" $= \frac{1}{8}\cdot\frac{32\cdot 6^2}{20000} = 0{,}0072 \text{ m} \uparrow = 7{,}2 \text{ mm} \uparrow$

$\varphi_A =$ "$\frac{1}{2}\frac{kl}{EI}$" $= \frac{1}{2}\cdot\frac{32\cdot 6}{20000} = 0{,}0048 \text{ rad} \circlearrowleft$

b. De hoekverdraaiing φ_A van A. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

totaal: ① + ②:

$(\downarrow +)\ \boxed{w_M} = 13{,}5 - 7{,}2 = \boxed{6{,}3 \text{ mm} \downarrow}$ ← antwoord vraag ⓐ

$(\circlearrowright +)\ \boxed{\varphi_A} = 0{,}0072 - 0{,}0048 = \boxed{0{,}0024 \text{ rad} \circlearrowright}$ ← " " ⓑ

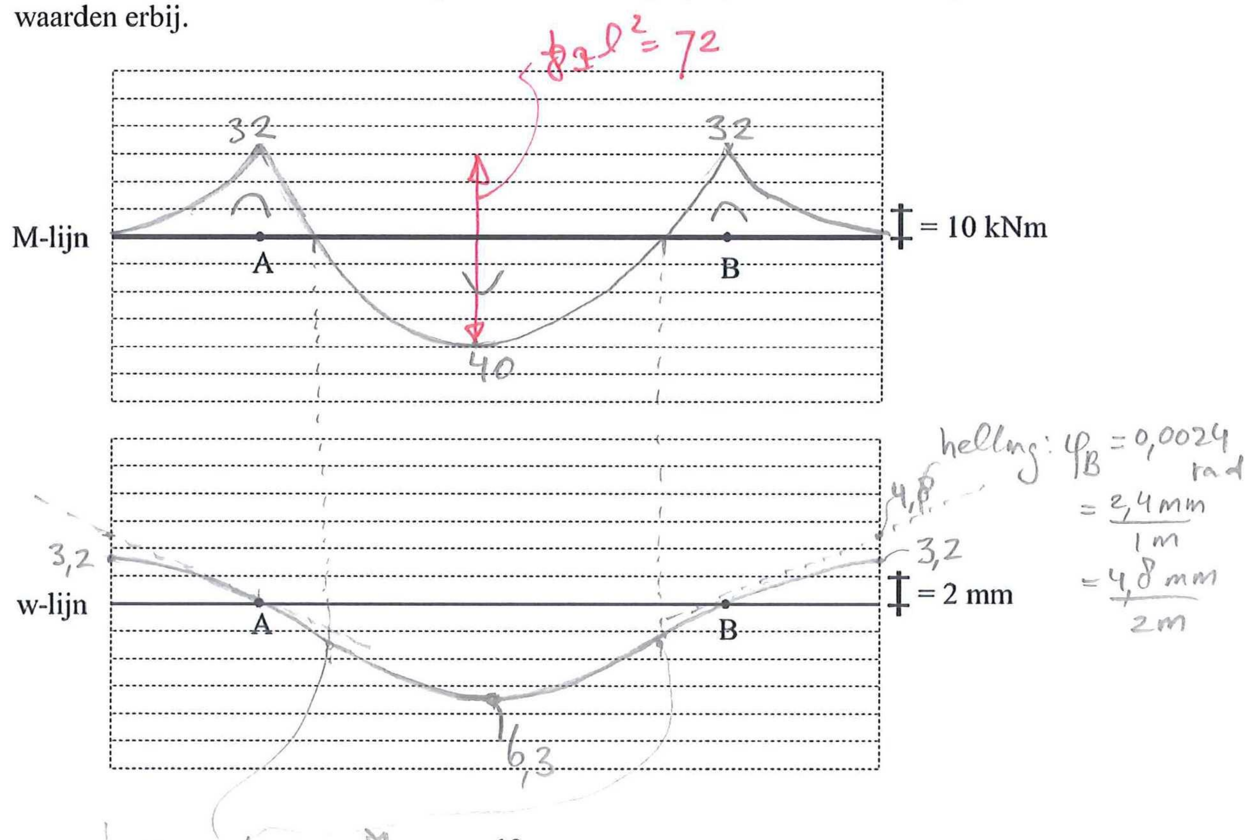
$(\uparrow +)\ \boxed{w_C} = 14{,}4 - 11{,}2 = \boxed{3{,}2 \text{ mm} \uparrow}$ ← " " ⓒ

zie vorig blad $\varphi_A = 0{,}0024$ rad

c. De verticale verplaatsing w_C in het vrije einde C. Geef met een pijltje aan of het omhoog of omlaag is.

zie vorig blad $w_C = 3{,}2$ mm ↑

d. Schets onderstaand de momentenlijn en de doorbuigingslijn. Geef markante punten aan. Zet waarden erbij.



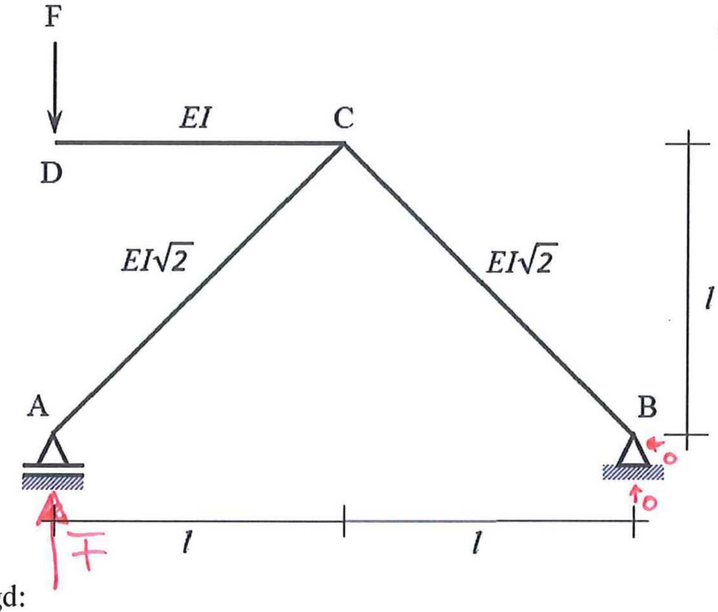
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CTB1310 Constructiemechanica 2
12 april 2016 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 6 (gewicht 1,5 - ongeveer 30 minuten)

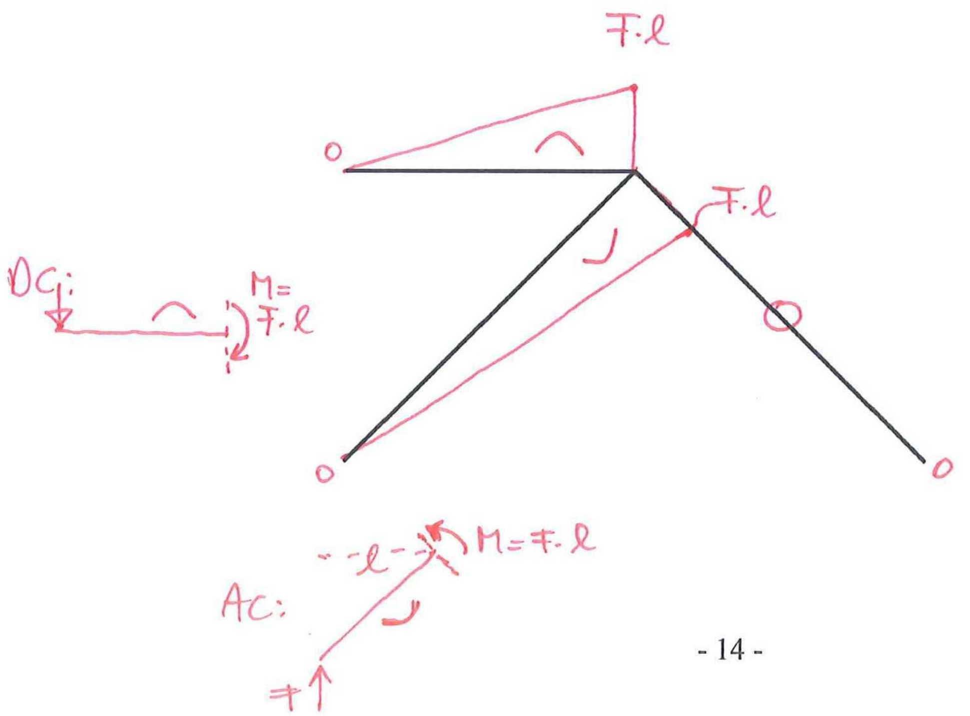
Gegeven: onderstaande constructie opgelegd met een scharnier in B en een rol in A. De puntlast, de opleggingen, de lengtematen en de buigstijfheden zijn aangegeven. Normaalkrachtvervorming wordt verwaarloosd ten opzichte van buigvervorming.
Deze opgave dient te worden uitgewerkt met momentenvlakstellingen. Een blad met relevante oppervlakte-eigenschappen is toegevoegd aan dit antwoordformulier.



oplegreacties:
$\Sigma T|A=0$
$\Rightarrow B_v=0$
dus in BC geen moment
$\Sigma F_{vert}=0$
$\Rightarrow A_v=F\uparrow$
$\Sigma F_{hor}=0$
$\Rightarrow B_h=0$

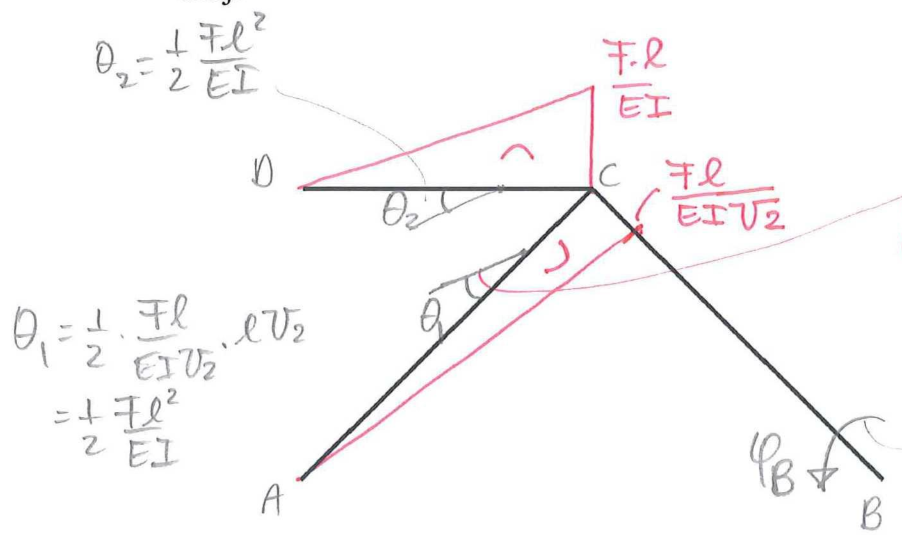
Gevraagd:

a. Bepaal de oplegreacties en schets onderstaand de *M*-lijn. Zet de buigtekens en de waarden (uitgedrukt in *F* en *l*) erbij.



STUDIENUMMER
NAAM

b. Schets onderstaand de *M/EI*-lijn. Zet de buigtekens en de waarden (uitgedrukt in *F*, *l* en *EI*) erbij.



vanuit scharnier in B naar rol in A toewerken dus θ_1 op deze wijze "open klappen" ("kijkrichting" van B via C naar A)

terugdraaien om B zodat rol in A op rolbaan komt

c. De rotatie φ_B in B, uitgedrukt in *F*, *l* en *EI*. Geef aan of het linksom of rechtsom is.

van $B \rightarrow A$:

$+\uparrow$ $\quad w_A = -\varphi_B \cdot 2l + \theta_1 \cdot \frac{2}{3} l \overset{\text{eis}}{=} 0$

$\Rightarrow +\varphi_B \cdot 2l = \frac{1}{2}\frac{Fl^2}{EI} \cdot \frac{2}{3} l$

$\Rightarrow \varphi_B = \frac{1}{6}\frac{Fl^2}{EI}$ (positief: d.w.z in de aangenomen richting van φ_B) φ_B

STUDIENUMMER
NAAM

d. De horizontale verplaatsing van A, uitgedrukt in *F*, *l* en *EI*. Geef aan of het naar links of naar rechts is.

$(\xrightarrow{+})$ $\quad u_A = \varphi_B \cdot 0 - \theta_1 \cdot \frac{2}{3}l$

(verticale afstand van A tot draaipunt B is nul)

$$= -\frac{1}{2}\frac{Fl^2}{EI} \cdot \frac{2}{3}l$$

$$= -\frac{1}{3}\frac{Fl^3}{EI}$$ d.w.z. naar links $\leftarrow$

e. De verticale verplaatsing van D, uitgedrukt in *F*, *l* en *EI*. Geef aan of het omhoog of omlaag is.

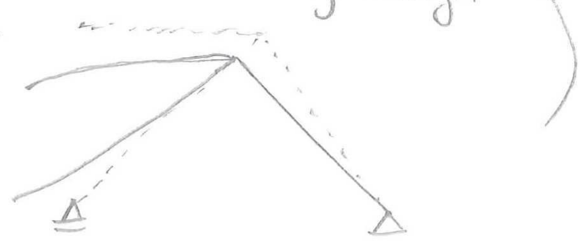
vanuit B via C naar D:

$(\downarrow +)$ $\quad w_D = \varphi_B \cdot 2l + \theta_2 \cdot \frac{2}{3}l$

$$= \frac{1}{6}\frac{Fl^2}{EI} \cdot 2l + \frac{1}{2}\frac{Fl^2}{EI} \cdot \frac{2}{3}l$$

$$= \frac{2}{3}\frac{Fl^3}{EI}$$ $\downarrow$ d.w.z naar beneden

(schets: niet gevraagd


)

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
4 juli 2012 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM Jan Rots

UITWERKINGEN

Antwoordformulier
CT1041 Constructiemechanica 2 5 ECTS

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Tenzij anders vermeld wordt het **eigen gewicht van een constructie buiten beschouwing** gelaten.

Een blad met relevante **vergeet-me-nietjes** voor buigvervorming is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Een blad met relevante **oppervlakte-eigenschappen** voor gebruik bij de momentenvlakstellingen is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Benut controlemogelijkheden om rekenfouten te vermijden.
Maak de opgaven in een volgorde naar eigen keuze.
Let op: er zijn **5 opgaven.**

vraag	score
1	
2	
3	
4	
5	
totaal	

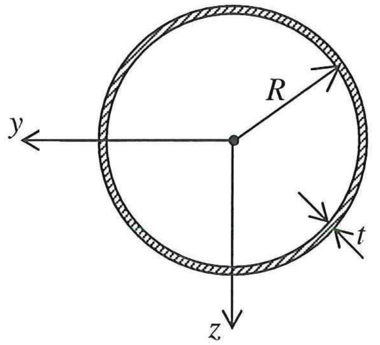
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
4 juli 2012 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |
NAAM

OPGAVE 1 (gewicht 1,0 - ongeveer 20 minuten)

Gegeven: onderstaande dunwandige cirkelvormige kokerdoorsnede.



Gevraagd:

a. Toon aan dat het polaire traagheidsmoment I_p gelijk is aan $2\pi R^3 t$.

$I_p = \int r^2 dA$

alle materiaal op $r = R$

$$\Rightarrow I_p = \int R^2 dA = R^2 \int dA = R^2 \cdot A_{buis} = R^2 \cdot 2\pi R \cdot t = 2\pi R^3 t$$

b. Waarom geldt $I_{zz} = ½ I_p$?

$z^2 + y^2 = r^2$

$\int (z^2 + y^2) dA = \int r^2 dA$

$\int z^2 dA + \int y^2 dA = \int r^2 dA$

$I_{zz} + I_{yy} = I_p$

Symmetrie : $I_{zz} = I_{yy}$

$$\Rightarrow 2 I_{zz} = I_p$$

$$I_{zz} = \frac{1}{2} I_p$$

STUDIENUMMER
NAAM

c. Stel: de doorsnede wordt belast door een wringend moment. Geef het verband tussen de schuifspanning en het wringend moment in de buis, in formulevorm. Werk de formule uit met het gegeven van vraag (a).

$$\tau = \frac{M_t \cdot R}{I_p} = \frac{M_t \cdot R}{2\pi R^3 t} = \frac{M_t}{2\pi R^2 t}$$

$$\left(\text{alternatief: } \tau = \frac{M_t}{2 A_{\text{omsloten}} \cdot t} = \frac{M_t}{2 \cdot \pi R^2 t} \right)$$

d. Stel: de doorsnede wordt belast door een buigend moment om de y-as. Geef het verband tussen de buigspanning en dit buigend moment, in formulevorm. Bepaal de maximale buigspanning en druk deze uit in het buigend moment, *R* en *t*.

$$\sigma = \frac{M \cdot z}{I_{zz}} \quad \text{lineair in } z$$

maximum in uiterste vezels, $z = R$

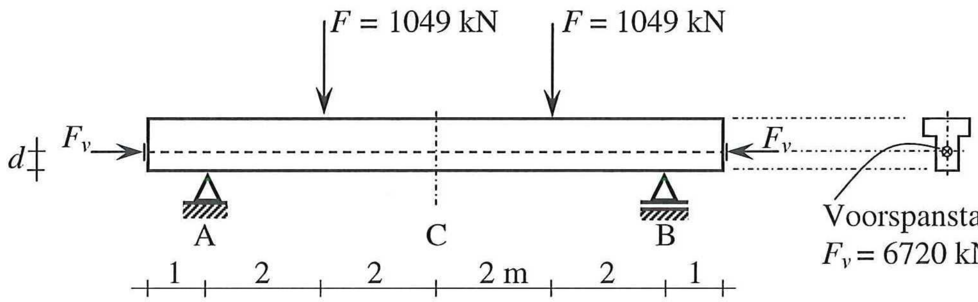
$$\sigma_{max} = \frac{M \cdot R}{\frac{1}{2} \cdot 2\pi R^3 t} = \frac{M}{\pi R^2 t}$$

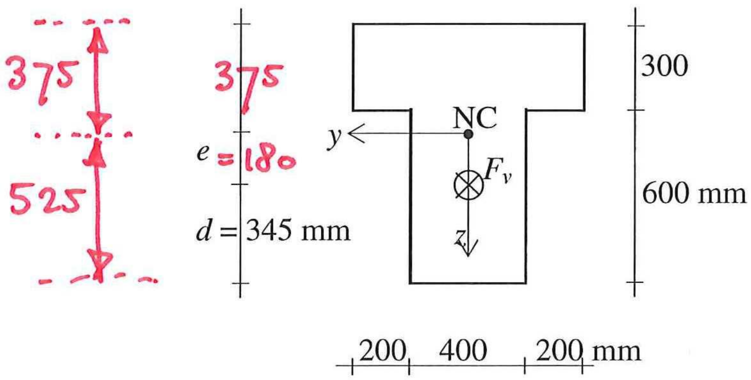
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG | **STUDIENUMMER**
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2 | **NAAM**
4 juli 2012 van 09.00-12.00 uur

OPGAVE 2 (gewicht 3,5 - ongeveer 60 minuten)

Gegeven: onderstaande vrij opgelegde voorgespannen T-balk, belast door twee even grote krachten F. De voorspanstaaf is recht en bevindt zich op een afstand d = 345 mm van de onderzijde van de balk. De lengtematen en de afmetingen van de balkdoorsnede zijn aangegeven.





Gevraagd:

a. Bepaal de ligging van het normaalkrachtencentrum NC van de doorsnede. Bepaal daaruit de excentriciteit e van de voorspanstaaf.

$A_{totaal} = 480000 \text{ mm}^2$

t.o.v. bovenzijde:

$300 \cdot 800 \cdot 150 + 400 \cdot 600 \cdot 600 = (300 \cdot 800 + 400 \cdot 600) \cdot z_{NC}$

$\Rightarrow z_{NC} = 375$ mm

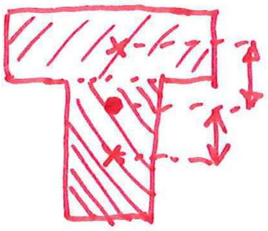
afstand NC tot onderzijde = 900 − 375 = 525 mm

$e = 525 - 345 = 180$ mm

(ingetekend in figuur)

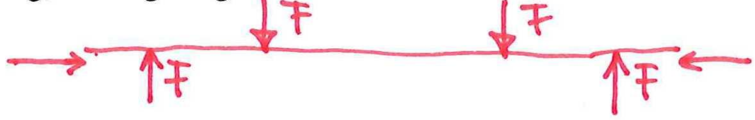
b. Toon aan dat het relevante traagheidsmoment van de doorsnede gelijk is aan 33,3 x 10^9 mm^4.

buiging om y-as → I_{zz} relevant

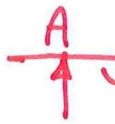


$$I_{zz} = \frac{1}{12} \cdot 800 \cdot 300^3 + 800 \cdot 300 \cdot (375-150)^2$$
$$+ \frac{1}{12} \cdot 400 \cdot 600^3 + 400 \cdot 600 \cdot (525-300)^2$$
$$= 1{,}8 \cdot 10^9 + 12{,}15 \cdot 10^9 + 7{,}2 \cdot 10^9 + 12{,}15 \cdot 10^9$$
$$= 33{,}3 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

c. Schets onderstaand de momentenlijn ten gevolge van de verticale krachten, ten gevolge van de voorspanning, en ten gevolge van de som van die twee. Zet waarden en buigtekens erbij.

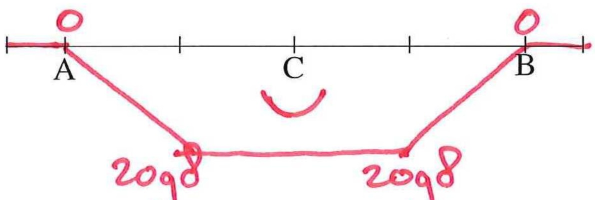


symmetrie ⇒ oplegreacties F

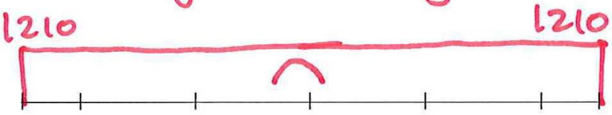


$M = F \cdot 2m$
$= 104 \cdot 2$
$= 208$ kNm

M-lijn t.g.v. verticale krachten *F*

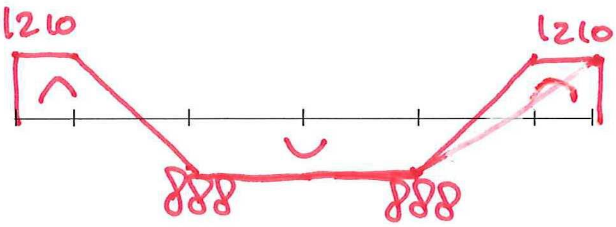


M-lijn t.g.v. voorspankracht F_v



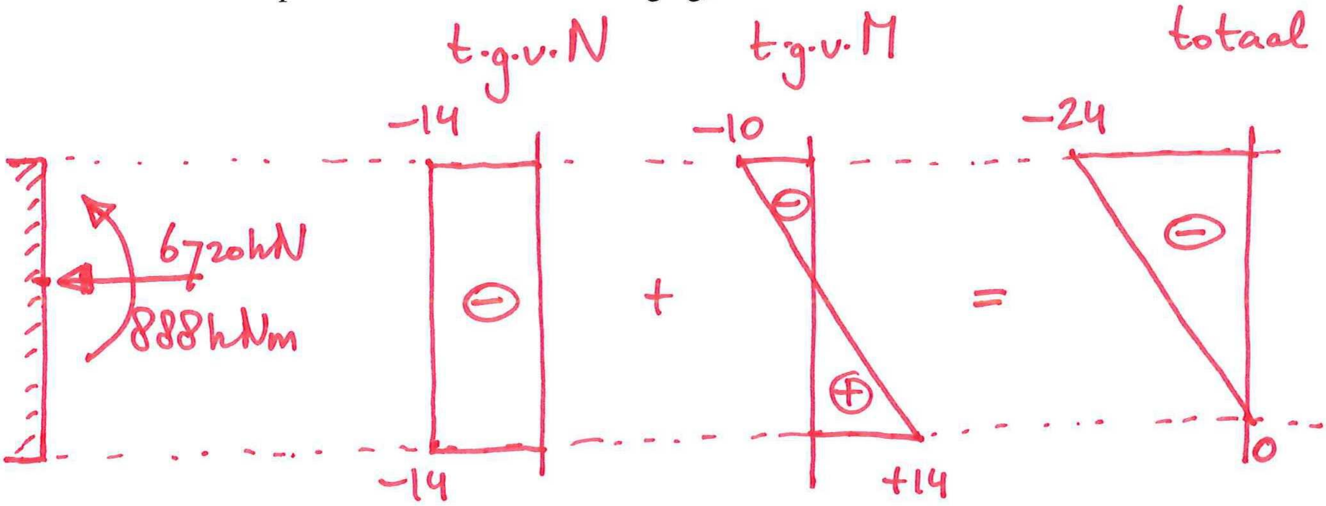
$M = F_{vsp} \cdot e$
$= 6720 \cdot 0{,}18$
$= 1210$ kNm

M-lijn totaal



STUDIENUMMER
NAAM

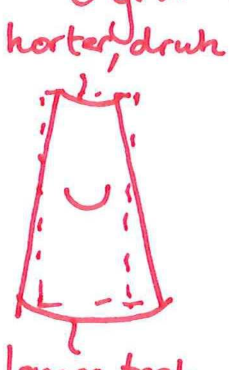
d. Bereken de resulterende spanningen (ten gevolge van normaalkracht en buiging) voor de middendoorsnede C. Geef schetsen van het spanningsdiagram over de hoogte, met tekens en waarden. Splits in normaalkracht en buiging, en sommeer.



t.g.v. Normaalkracht $N = -6720$ kN:

$$\sigma = \frac{N}{A} = -\frac{6720\cdot 10^3}{480000} = -14\ \mathrm{N/mm^2}$$

t.g.v. Buiging $M = 888$ kNm $\cup$:



bovenvezel druk, $z = 375$ mm

$$\sigma = \frac{Mz}{I} = -\frac{888\cdot 10^6 \cdot 375}{33{,}3\cdot 10^9} = -10\ \mathrm{N/mm^2}$$

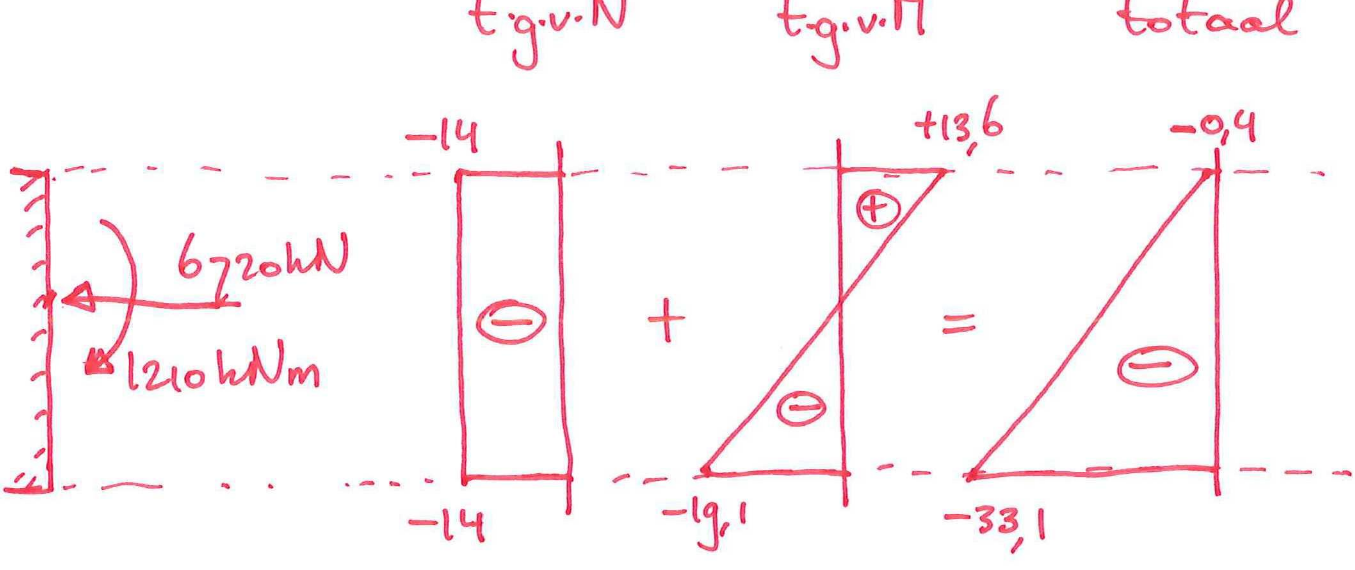
ondervezel, trek, $z = 525$ mm

$$\sigma = \frac{Mz}{I} = +\frac{888\cdot 10^6 \cdot 525}{33{,}3\cdot 10^9} = +14\ \mathrm{N/mm^2}$$

totaal: bovenvezel $-14-10 = -24\ \mathrm{N/mm^2}$

ondervezel $-14+14 = 0$

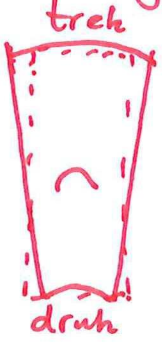
e. Idem als d, maar nu voor de doorsnede ter plaatse van oplegging B.



t.g.v. Normaalkracht:

$\sigma = -14\ N/mm^2$ zelfde als bij d, constante N

t.g.v. Buiging $M = 1210\ kNm$ ∩:



bovenvezel trek, $z = 375\ mm$:

$$\sigma = \frac{Mz}{I} = + \frac{1210 \cdot 10^6 \cdot 375}{33{,}3 \cdot 10^9} = +13{,}6\ N/mm^2$$

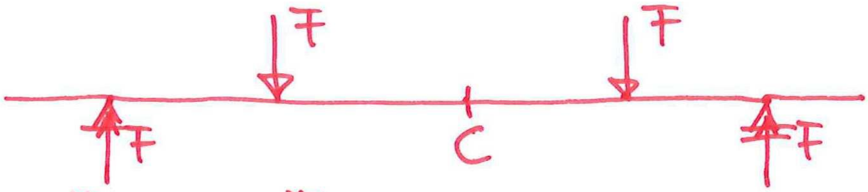
ondervezel druk, $z = 525\ mm$:

$$\sigma = \frac{Mz}{I} = - \frac{1210 \cdot 10^6 \cdot 525}{33{,}3 \cdot 10^9} = -19{,}1\ N/mm^2$$

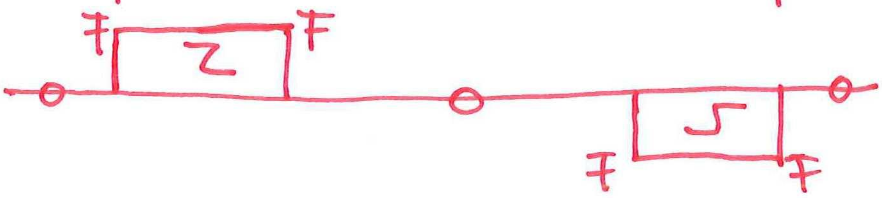
totaal: bovenvezel $-14 + 13{,}6 = -0{,}4\ N/mm^2$

ondervezel $-14 - 19{,}1 = -33{,}1\ N/mm^2$

f. Bereken de maximale schuifspanning in de balk, voor middendoorsnede C.



V-lijn:



in middendoorsnede C:

$V = 0$ dus $\tau = 0$ in hele middendsn. C

g. Bereken de maximale schuifspanning in de balk, voor de gehele balk (alle doorsneden). Waar treedt deze op?

In langsrichting: maximum waar V maximaal is, d.w.z. in de twee delen tussen de oplegging en de puntlast

In dwarsrichting: maximum t.p.v. NC.

$$\tau_{max} = \frac{V \cdot S_a}{b \cdot I}$$

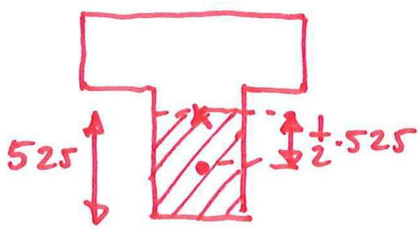
$V_{max} = 1049 \text{ kN} = 1049 \cdot 10^3 \text{ N}$

$b = 400 \text{ mm}$

$I = 33{,}3 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$

$S_a = 525 \cdot 400 \cdot \frac{1}{2} \cdot 525 = 55{,}1 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$

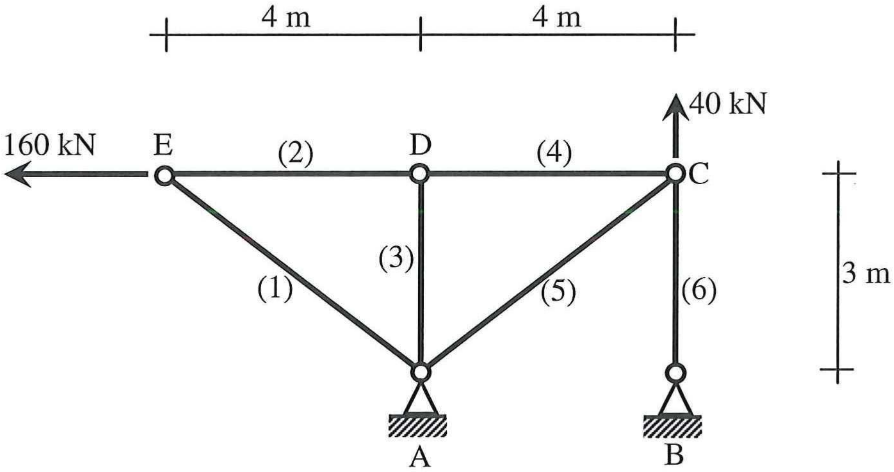
$$\tau_{max} = \frac{1049 \cdot 10^3 \cdot 55{,}1 \cdot 10^6}{400 \cdot 33{,}3 \cdot 10^9} = 4{,}34 \text{ N/mm}^2$$



STUDIENUMMER
NAAM

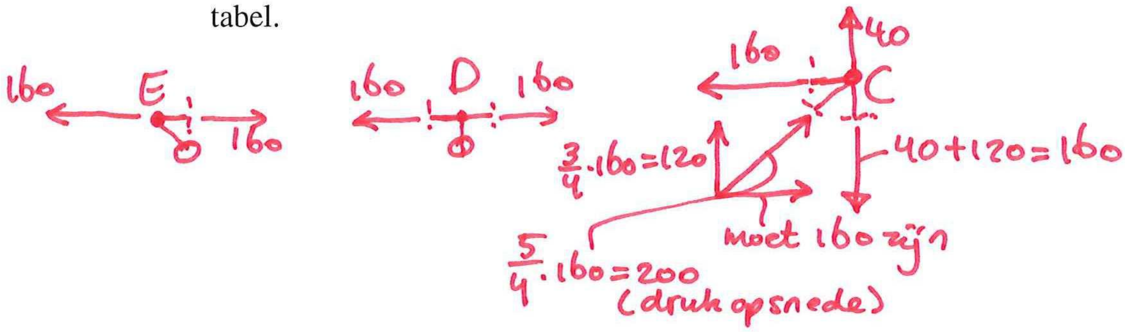
OPGAVE 3 (gewicht 2,0 – ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaand vakwerk. Afmetingen, belastingen en opleggingen zijn aangegeven. De rekstijfheid EA van de staven is aangegeven in onderstaande tabel.



Gevraagd:

a. Bepaal de staafkrachten. Let op het teken (trek, druk of nul). Verzamel de gegevens in de tabel.

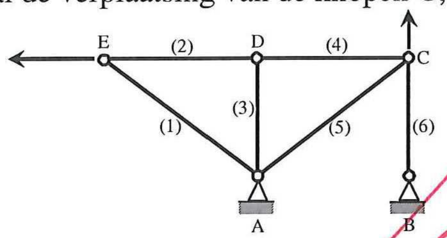


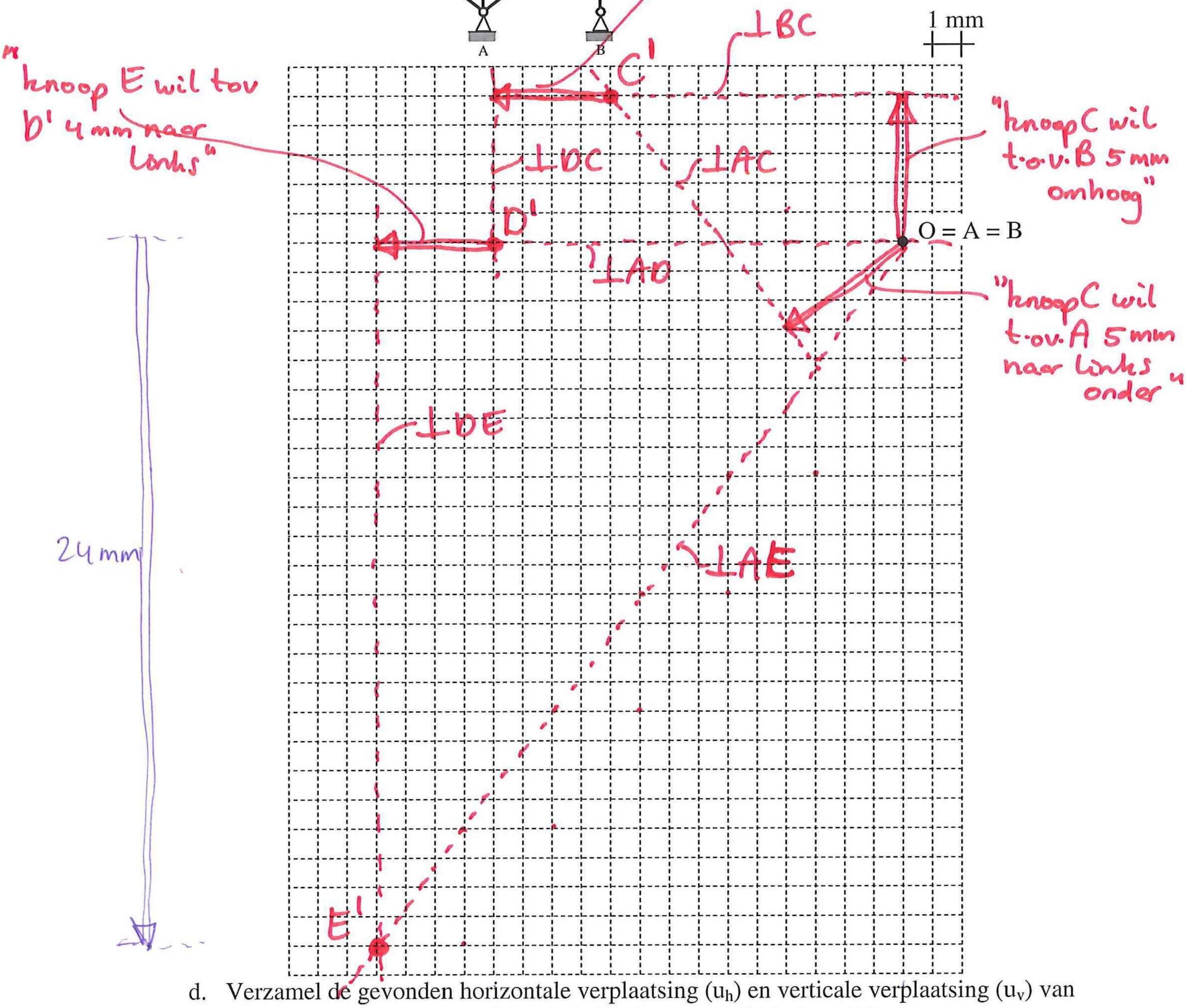
Staaf nr. i	N_i (kN)	l_i (m)	EA_i (MN)	Δl_i (mm)
1	0		200	0
2	+160	4	160	+4
3	0		160	0
4	+160	4	160	+4
5	−200	5	200	−5
6	+160	3	96	+5

b. Bepaal voor alle staven de lengteverandering, in mm en met het goede teken voor verlenging of verkorting. Verzamel de gegevens in de tabel.

STUDIENUMMER
NAAM

c. Bepaal de verplaatsing van de knopen C, D en E met behulp van een Williot-diagram.





d. Verzamel de gevonden horizontale verplaatsing (u_h) en verticale verplaatsing (u_v) van knoop D en E in onderstaande tabel. Geef met een pijltje de richting aan.

Knooppunt	u_h (mm)	u_v (mm)
D	14 ←	0
E	18 ←	24 ↓

check: AD nulstaaf 8

18mm

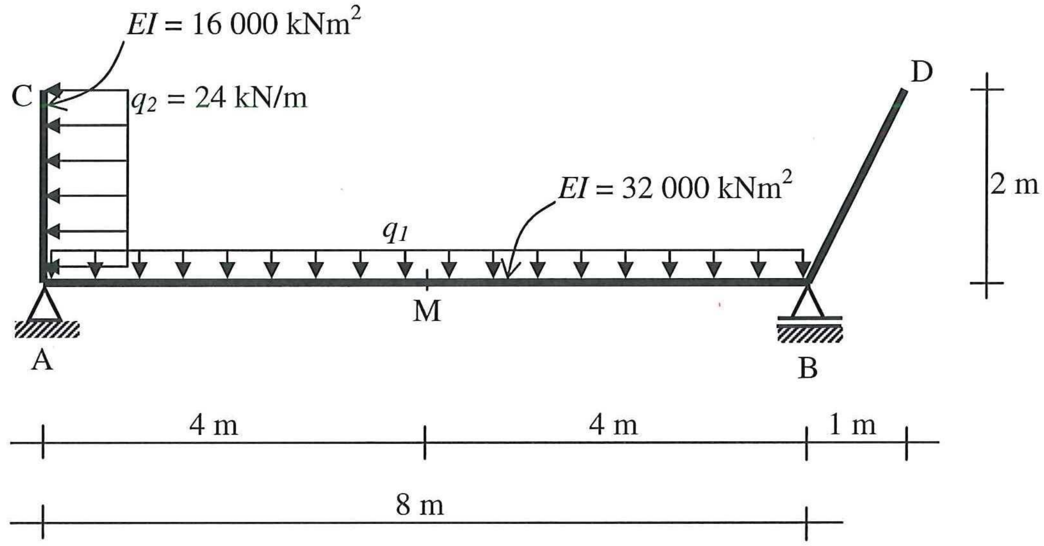
14mm

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG — **STUDIENUMMER**
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2 — **NAAM**
4 juli 2012 van 09.00-12.00 uur

OPGAVE 4 (gewicht 2,0 - ongeveer 35 minuten)

Gegeven: een vrij opgelegde geknikte ligger CABD. De ligger wordt belast door twee gelijkmatig verdeelde belastingen, een gegeven last q_2 op AC en een nog onbekende last q_1 op AB. Maten, belastingen en buigstijfheden EI zijn aangegeven in de figuur. De buigstijfheden van AC en AB zijn verschillend. Een blad met vergeet-me-nietjes voor buigvervorming is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

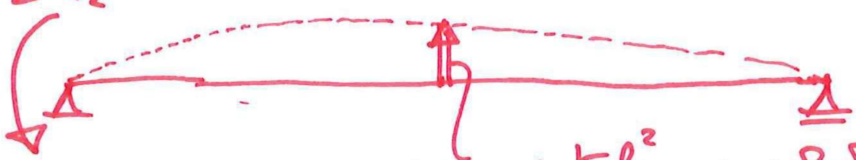


Gevraagd:

a. De belasting q_1 zodanig dat de totale verticale verplaatsing in het midden M precies gelijk is aan nul.

$$K = \frac{1}{2} \cdot q_2 \cdot 2^2 = 48 \text{ kNm}$$

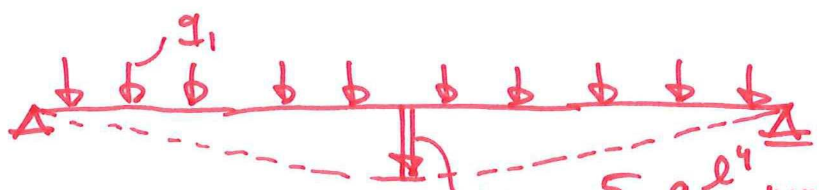
tgv. q_2:



$$w_M = \frac{1}{16}\frac{K\ell^2}{EI} = \frac{1}{16} \cdot \frac{48 \cdot 8^2}{32000} = 0{,}006 \text{ m} \uparrow$$

(= 6 mm)

tgv q_1:



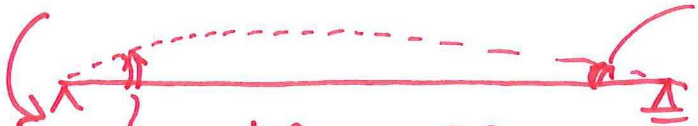
$w_M = \frac{5}{384}\frac{q\ell^4}{EI}$ moet gelijk zijn aan 0,006 m ↓ (totaal is dan 0)

$$\frac{5}{384} \cdot \frac{q_1 \cdot 8^4}{32000} = 0{,}006$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{0{,}006 \cdot 32000 \cdot 384}{5 \cdot 8^4} = \boxed{3{,}6 \text{ kN/m}}$$

b. Uitgaande van de bij (a) gevonden waarde van q_1 en de gegeven waarde van q_2 : de hoekverdraaiing φ_A van A. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

tgv $K = 48$ kNm

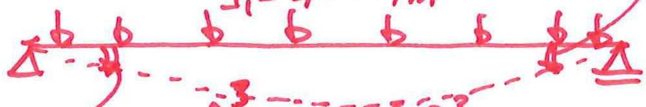


$$\varphi_B = \frac{1}{6}\frac{K\ell}{EI} = 0{,}002 \text{ rad}$$

$$\varphi_A = \frac{1}{3}\frac{K\ell}{EI} = \frac{1}{3}\cdot\frac{48\cdot 8}{32000} = 0{,}004 \text{ rad}$$

tgv q_1:

$q_1 = 3{,}6$ kN/m



$$\varphi_B = \varphi_A = 0{,}0024 \text{ rad}$$

$$\varphi_A = \frac{1}{24}\frac{q\ell^3}{EI} = \frac{1}{24}\cdot\frac{3{,}6\cdot 8^3}{32000} = 0{,}0024 \text{ rad}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\text{totaal:}\\ &\varphi_A = 0{,}004 + 0{,}0024\\ &= 0{,}0016 \text{ rad}\end{aligned}}$$

c. Uitgaande van de bij (a) gevonden waarde van q_1 en de gegeven waarde van q_2 : de hoekverdraaiing φ_B van B. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

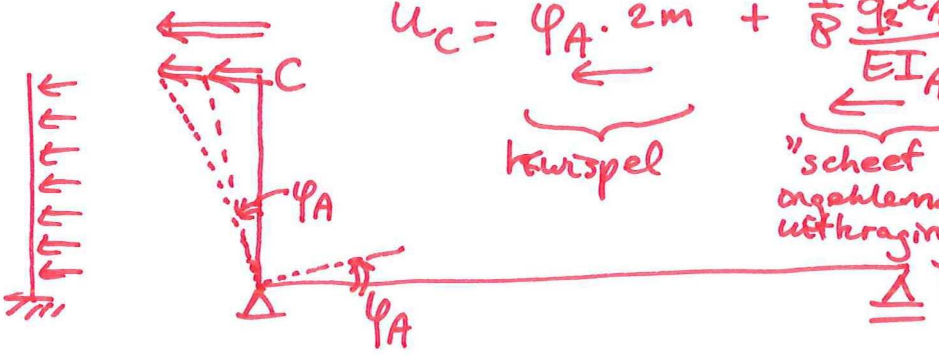
zie bij b):

$$\boxed{\begin{aligned}\text{totaal: } \varphi_B &= 0{,}002 + 0{,}0024\\ &= 0{,}0004 \text{ rad}\end{aligned}}$$

STUDIENUMMER

NAAM

d. Uitgaande van de bij (a) gevonden waarde van q_1 en de gegeven waarde van q_2 : de horizontale verplaatsing u_C van C. Geef met een pijltje aan of het naar links of naar rechts is.



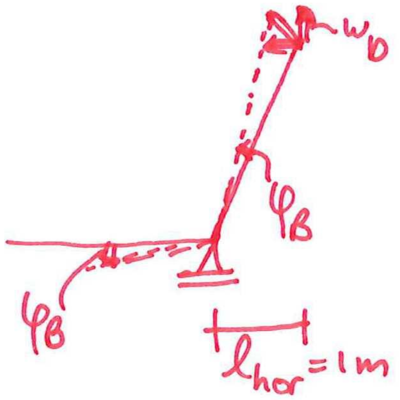
$$u_C = \underbrace{\varphi_A \cdot 2m}_{\text{kwispel}} + \underbrace{\frac{1}{8}\frac{q_2 \ell_{AC}^4}{EI_{AC}}}_{\text{"scheef ingeklemde uitkraging met q last"}} = 0{,}0016 \cdot 2 + \frac{1}{8}\cdot\frac{24\cdot 2^4}{16000}$$

$= 0{,}0032 + 0{,}003$

$= 0{,}0062$ m

$= 6{,}2$ mm ←

e. Uitgaande van de bij (a) gevonden waarde van q_1 en de gegeven waarde van q_2 : de verticale verplaatsing w_D van D. Geef met een pijltje aan of het omhoog of omlaag is.



$w_D = \varphi_B \cdot$ horizontale afstand D tot B

$= 0{,}0004 \cdot 1m$

$= 0{,}0004\ m$

$= 0{,}4$ mm ↑

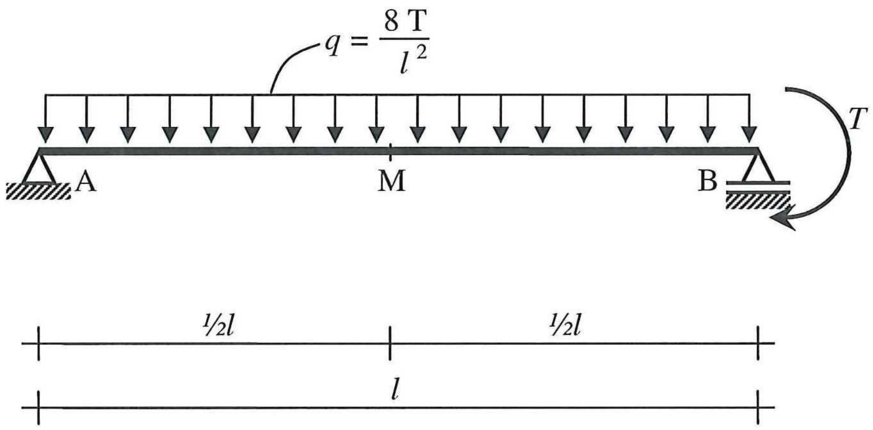
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
4 juli 2012 van 09.00-12.00 uur

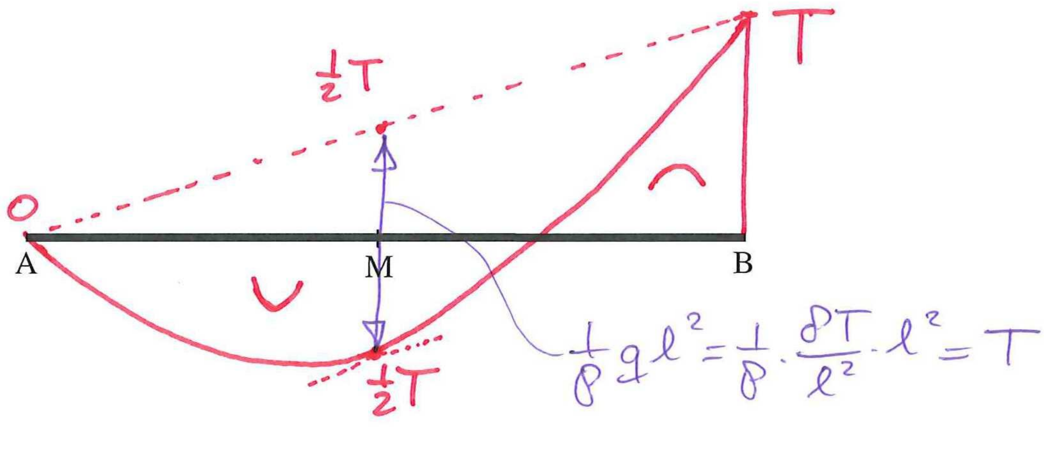
STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 5 (gewicht 1,5 - ongeveer 30 minuten)

Gegeven: een vrij opgelegde ligger, belast door een gelijkmatig verdeelde belasting $q = 8\,T\,/\,l^2$ en een koppel T als aangegeven.
Deze opgave dient te worden uitgewerkt met momentenvlakstellingen. Een blad met relevante oppervlakte-eigenschappen is toegevoegd aan dit antwoordformulier.



Gevraagd:
a. Teken de momentenlijn in onderstaande figuur, met buigtekens en waarden erbij.



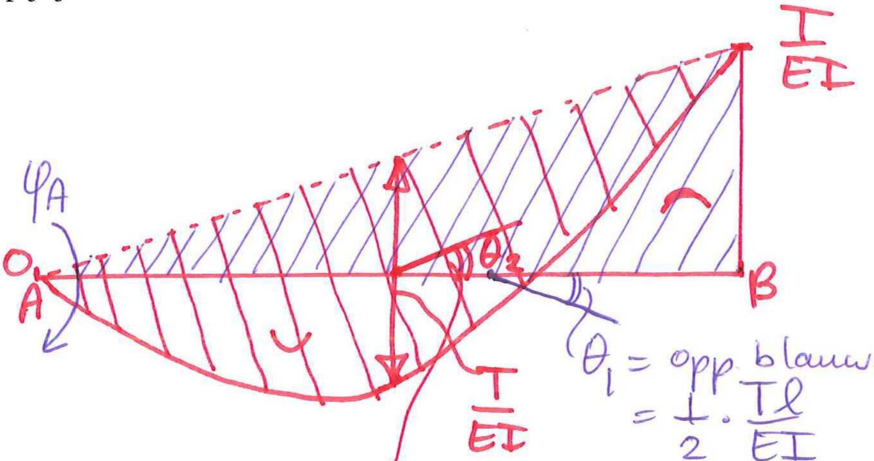
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
4 juli 2012 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

b. Bereken (met de methode van momentenvlakstellingen) de rotatie van punt A. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

$\frac{M}{EI}$-vlak



θ_1 = opp. blauwe driehoek $= \frac{1}{2} \cdot \frac{Tl}{EI}$

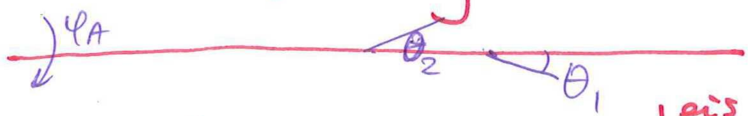
θ_2 = opp. scheve parabool (rood gearceerd) $= \frac{2}{3} \cdot \frac{Tl}{EI}$

De nog onbekende φ_A oplossen door de eis dat de verticale verplaatsing van B nul moet zijn.

Vanuit A naar B kijken.

↻+

↓+



$$w_B = \varphi_A \cdot l - \theta_2 \cdot \tfrac{1}{2} l + \theta_1 \cdot \tfrac{1}{3} l \overset{\text{eis}}{=} 0$$

$$\Rightarrow \varphi_A \cdot l - \frac{2}{3}\frac{Tl}{EI} \cdot \frac{1}{2} l + \frac{1}{2}\frac{Tl}{EI} \cdot \frac{1}{3} l = 0$$

$$\Rightarrow \varphi_A - \frac{1}{3}\frac{Tl}{EI} + \frac{1}{6}\frac{Tl}{EI} = 0 \Rightarrow \boxed{\varphi_A = +\frac{1}{6}\frac{Tl}{EI}}$$

betekent: in vooraf aangenomen richting

c. Bereken (met de methode van momentenvlakstellingen) de rotatie van punt B. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

↻+

$$\varphi_B = \varphi_A - \theta_2 + \theta_1 = +\frac{1}{6}\frac{Tl}{EI} - \frac{2}{3}\frac{Tl}{EI} + \frac{1}{2}\frac{Tl}{EI}$$

$$= \left(\frac{1}{6} - \frac{4}{6} + \frac{3}{6}\right)\frac{Tl}{EI}$$

$$\boxed{= 0}$$

(alternatief: vanuit B naar A kijken en eisen $w_A = 0$)

Technische Universiteit Delft

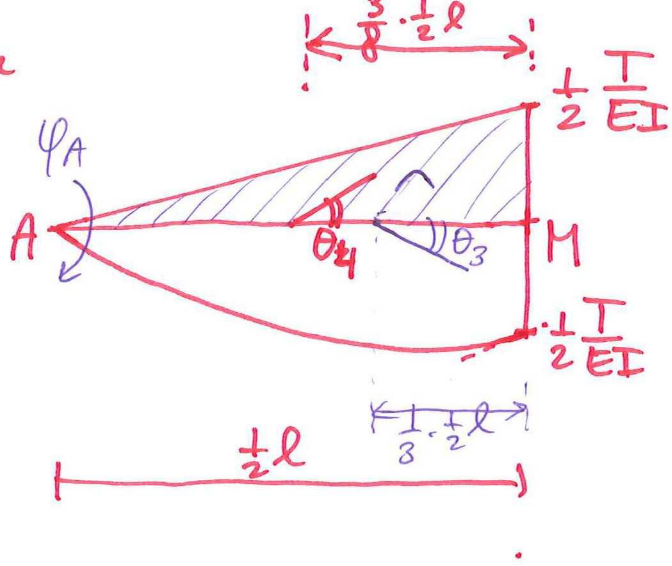
Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
4 juli 2012 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER

NAAM

d. Bereken (met de methode van momentenvlakstellingen) de verticale verplaatsing van de middendoorsnede M. Geef met een pijltje aan of het omhoog of omlaag is.

$\frac{M}{EI}$-vlak



$$\varphi_A = \frac{1}{6}\frac{T\ell}{EI} \circlearrowright$$

$$\theta_3 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\frac{T}{EI}\cdot\frac{1}{2}\ell = \frac{1}{8}\frac{T\ell}{EI} \circlearrowright$$

θ_4 = opp. parabool t.o.v. sluitlijn

$$= \frac{2}{3}\cdot\frac{T}{EI}\cdot\frac{1}{2}\ell = \frac{1}{3}\frac{T\ell}{EI} \circlearrowleft$$

$\downarrow +$

$$w_M = \varphi_A\cdot\frac{1}{2}\ell - \theta_4\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{2}\ell + \theta_3\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\ell$$

$$= \frac{1}{6}\frac{T\ell}{EI}\cdot\frac{1}{2}\ell - \frac{1}{3}\frac{T\ell}{EI}\cdot\frac{3}{16}\ell + \frac{1}{8}\frac{T\ell}{EI}\cdot\frac{1}{6}\ell$$

$$= \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{16} + \frac{1}{48}\right)\frac{T\ell^2}{EI} =$$

$$= \left(\frac{4}{48} - \frac{3}{48} + \frac{1}{48}\right)\frac{T\ell^2}{EI} =$$

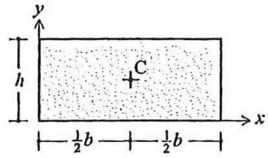
$$\boxed{= \frac{1}{24}\frac{T\ell^2}{EI}}$$

STUDIENUMMER

NAAM

Oppervlakte-eigenschappen voor gebruik bij de momentenvlakstelling

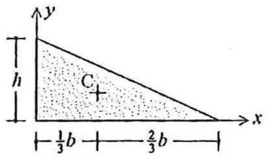
Oppervlakte-eigenschappen die veelvuldig worden gebruikt bij de momentenvlakstellingen



rechthoek:

$A = bh$

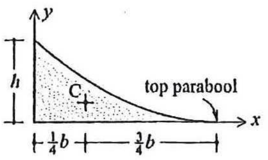
$x_C = \frac{1}{2}b$



driehoek:

$A = \frac{1}{2}bh$

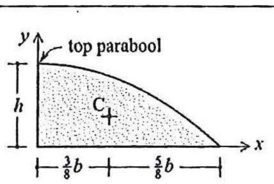
$x_C = \frac{1}{3}b$



parabool:

$A = \frac{1}{3}bh$

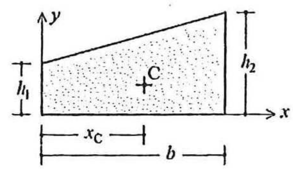
$x_C = \frac{1}{4}b$



parabool:

$A = \frac{2}{3}bh$

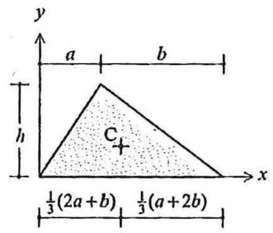
$x_C = \frac{3}{8}b$



trapezium:

$A = \frac{1}{2}b(h_1 + h_2)$

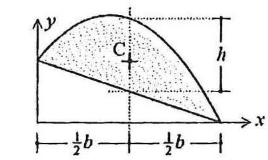
$x_C = \frac{1}{3}b\frac{h_1 + 2h_2}{h_1 + h_2}$



driehoek:

$A = \frac{1}{2}(a + b)h$

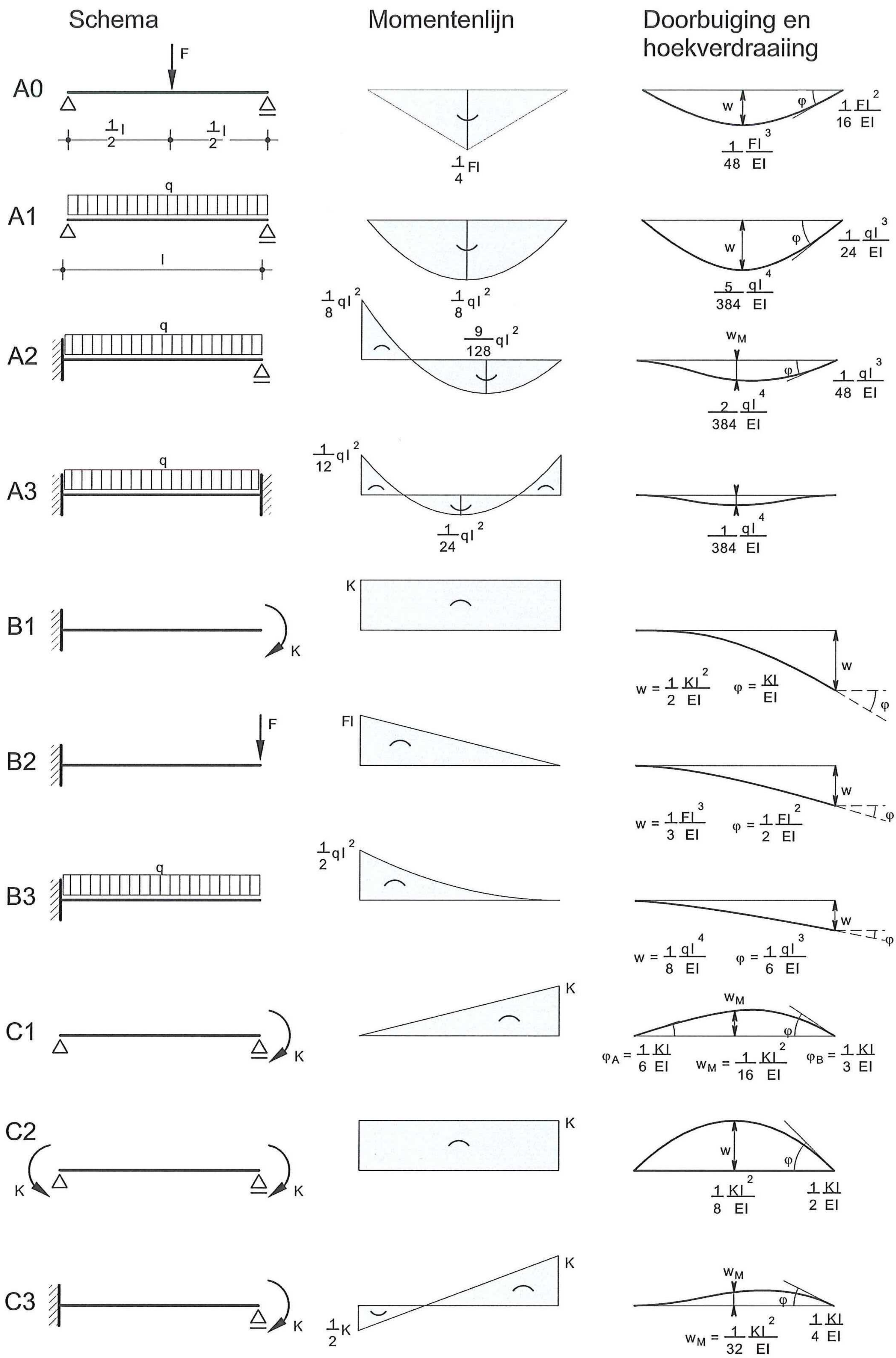
$x_C = \frac{1}{3}(2a + b)$



parabool:

$A = \frac{2}{3}bh$

$x_C = \frac{1}{2}b$


Schema
Momentenlijn
Doorbuiging en hoekverdraaiing
A0
F
$\frac{1}{2}l$ $\frac{1}{2}l$
$\frac{1}{4}Fl$
w φ
$\frac{1}{16}\frac{Fl^2}{EI}$
$\frac{1}{48}\frac{Fl^3}{EI}$
A1
q
l
$\frac{1}{8}ql^2$
$\frac{1}{24}\frac{ql^3}{EI}$
$\frac{5}{384}\frac{ql^4}{EI}$
A2
$\frac{1}{8}ql^2$
$\frac{9}{128}ql^2$
w_M
$\frac{1}{48}\frac{ql^3}{EI}$
$\frac{2}{384}\frac{ql^4}{EI}$
A3
$\frac{1}{12}ql^2$
$\frac{1}{24}ql^2$
$\frac{1}{384}\frac{ql^4}{EI}$
B1
K
$w = \frac{1}{2}\frac{Kl^2}{EI}$ $\varphi = \frac{Kl}{EI}$
B2
Fl
$w = \frac{1}{3}\frac{Fl^3}{EI}$ $\varphi = \frac{1}{2}\frac{Fl^2}{EI}$
B3
$\frac{1}{2}ql^2$
$w = \frac{1}{8}\frac{ql^4}{EI}$ $\varphi = \frac{1}{6}\frac{ql^3}{EI}$
C1
K
w_M
$\varphi_A = \frac{1}{6}\frac{Kl}{EI}$ $w_M = \frac{1}{16}\frac{Kl^2}{EI}$ $\varphi_B = \frac{1}{3}\frac{Kl}{EI}$
C2
K
$\frac{1}{8}\frac{Kl^2}{EI}$ $\frac{1}{2}\frac{Kl}{EI}$
C3
K
$\frac{1}{2}K$
w_M
$w_M = \frac{1}{32}\frac{Kl^2}{EI}$ $\frac{1}{4}\frac{Kl}{EI}$

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
27 juni 2011 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM Max Hendriks.

Antwoordformulier
CT1041 Constructiemechanica 2 5 ECTS

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Tenzij anders vermeld wordt het **eigen gewicht van een constructie buiten beschouwing** gelaten.

Een blad met relevante **vergeet-me-nietjes** voor buigvervorming is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Benut controlemogelijkheden om rekenfouten te vermijden.
Maak de opgaven in een volgorde naar eigen keuze.
Let op: er zijn **6 opgaven.**

vraag	score
1	
2	
3	
4	
5	
6	
totaal	

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG

Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2

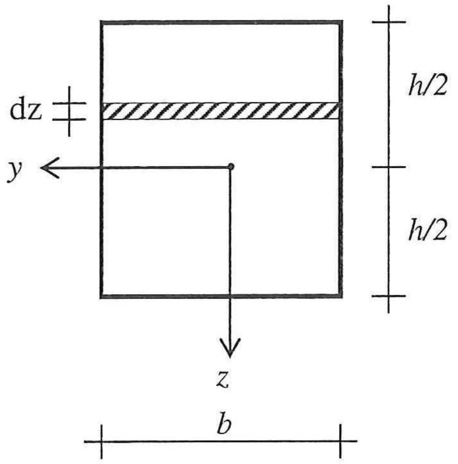
27 juni 2011 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER

NAAM

OPGAVE 1 (gewicht 0,5 - ongeveer 10 minuten)

Gegeven de onderstaande rechthoekige doorsnede met breedte b en hoogte h. Het y-z -assenstelsel loopt door het zwaartepunt van de rechthoek.



Gevraagd: Leidt met behulp van een integraal het traagheidsmoment I_{zz} af (uitgedrukt in b en h).

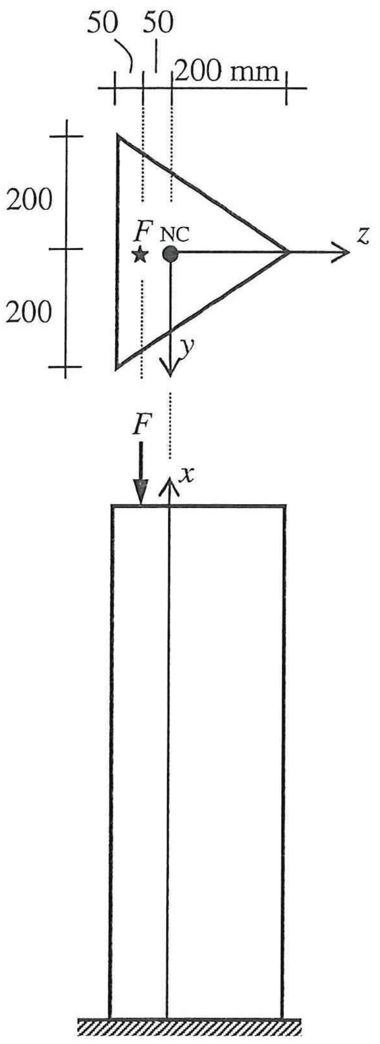
$$I_{zz} = \int_{z=-\frac{1}{2}h}^{z=+\frac{1}{2}h} z^2 \underbrace{b\,dz}_{dA} = \frac{1}{3} b z^3 \Big|_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8} bh^3 - -\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8} bh^3 = \frac{1}{12} bh^3$$

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 2 (gewicht 2,0 - ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaande prismatische kolom met driehoekige doorsnede wordt belast door een excentrische drukkracht F van 600 kN. De doorsnede-afmetingen van de kolom en de excentriciteit van de drukkracht zijn in de figuur aangegeven.

Het eigen traagheidsmoment van een driehoekige doorsnede bij buiging om een as evenwijdig aan de basis is (1/36) bh^3 met b de basis en h de hoogte vanaf de basis.



Gevraagd:

a. Bereken de extreme spanningen in een doorsnede.
b. Teken voor een doorsnede het normaalspanningsdiagram met waarden en tekens.
(gebruik hiervoor het diagram aan de onderzijde van deze bladzijde of het diagram op de volgende bladzijde)

$$I_{zz} = \frac{1}{36} bh^3 = \frac{1}{36}\cdot 400 \cdot 300^3 = 300\cdot 10^6 \ \text{mm}^4$$

$$A = \frac{1}{2} bh = \frac{1}{2}\cdot 400 \cdot 300 = 60\cdot 10^3 \ \text{mm}^2$$

- Spanning door (centrische) drukkracht:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{-600\cdot 10^3}{60\cdot 10^3} = -10 \ \text{N/mm}^2$$

- Spanning door buigend moment:

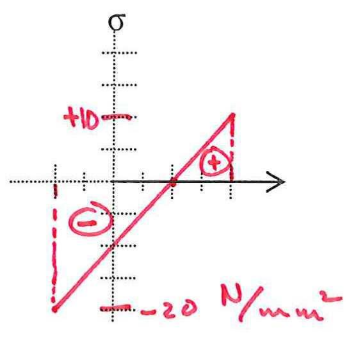
$$\sigma_{links} = \frac{M_z \cdot z}{I_{zz}} = \frac{50\cdot 600\cdot 10^3\cdot(-100)}{300\cdot 10^6} = -10 \ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_{rechts} = \ldots\ldots = \frac{\text{''} \quad (+200)}{\text{''}} = +20 \ \text{N/mm}^2$$

- Totaal

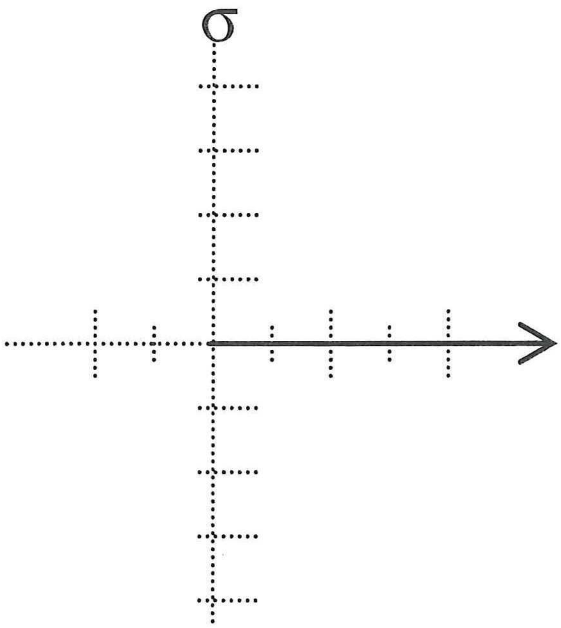
$$\sigma_{links} = -10 - 10 = -20 \ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_{rechts} = -10 + 20 = +10 \ \text{N/mm}^2$$



STUDIENUMMER

NAAM



c. Ligt het aangrijpingspunt van de kracht binnen de kern van de doorsnede? Motiveer uw antwoord.

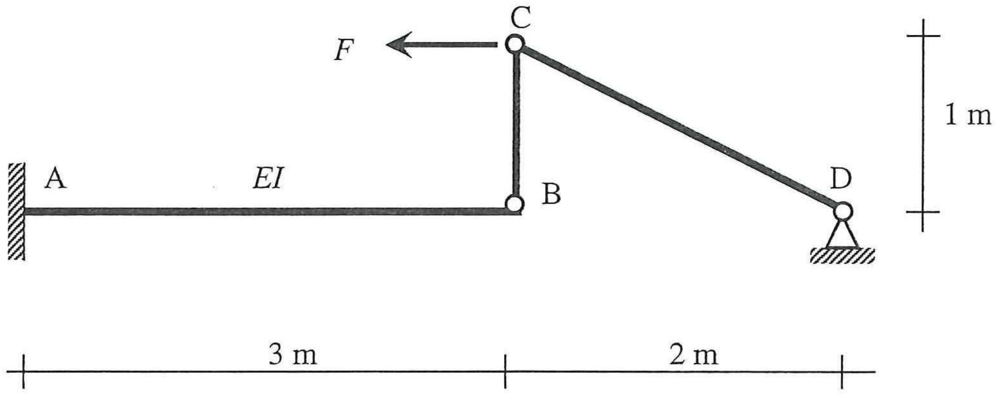
Nee, er ontstaan trekspanningen.

STUDIENUMMER | | | | | | | |
NAAM

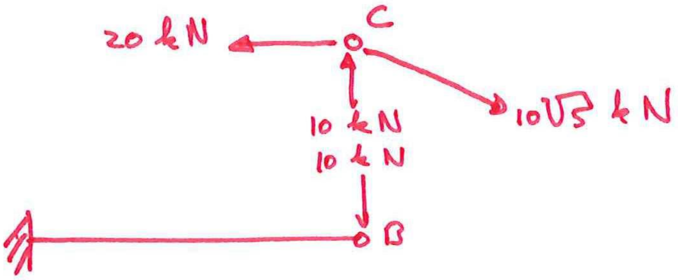
OPGAVE 3 (gewicht 1,5 - ongeveer 30 minuten)

Gegeven: Onderstaande constructie bestaat uit drie constructiedelen, waarvan de afmetingen in de figuur kunnen worden afgelezen. De puntlast F = 20 kN. De relevante buigstijfheid EI = 10 MNm^2.

Normaalkrachtvervorming wordt verwaarloosd.



Gevraagd: De horizontale *en* verticale verplaatsing van punt C. Geef de richtingen aan.

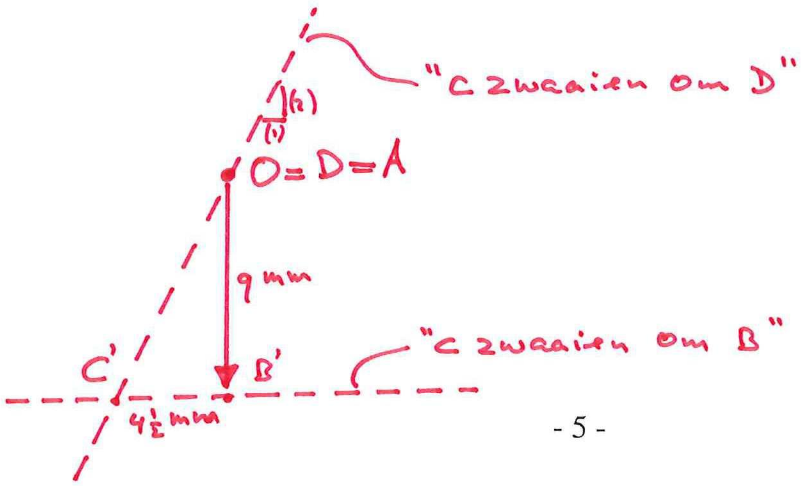


verl. verpl. B: $\frac{Fl^3}{3EI} = \frac{10000 \cdot 3^3}{3 \cdot 10 \cdot 10^6} = 0.009$ m

$= 9$ mm ↓

hor. verpl. B: 0 mm

Williot met nulstaven BC en CD (geen moment en geen normaalkracht verv.):



C': 4½ mm ←

9 mm ↓

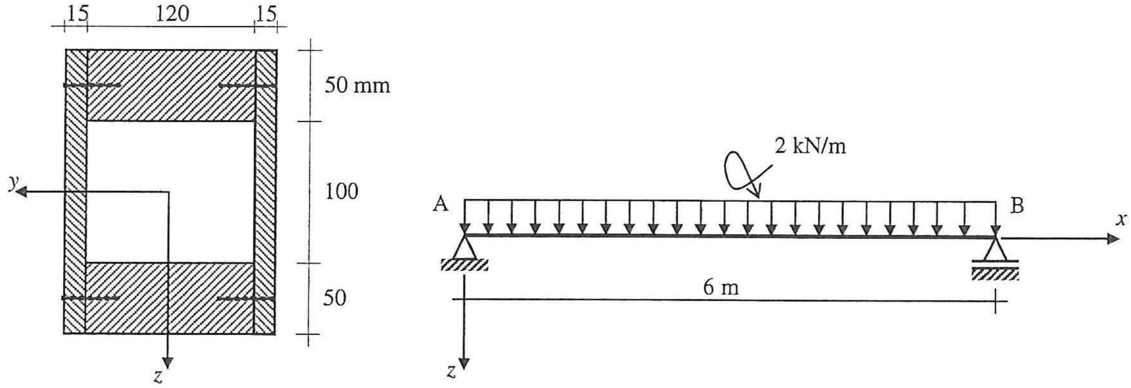
STUDIENUMMER
NAAM

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 4 (gewicht 2,0 - ongeveer 35 minuten)

Gegeven: een vrij opgelegde kokervormige ligger wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting. De ligger is opgebouwd uit vier houten delen die met draadnagels tot één geheel zijn verbonden.

Per draadnagel kan een schuifkracht 200 N worden overgedragen. Voor overige gegevens zie onderstaande figuur.

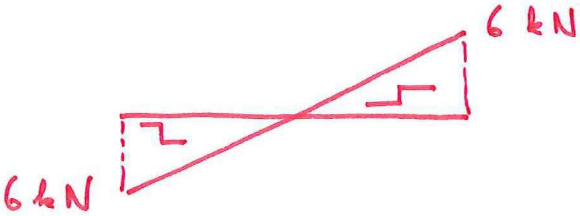


Gevraagd:

a. Bepaal het relevante traagheidsmoment van de samengestelde doorsnede.

$$I_{zz} = \frac{1}{12} 150 \cdot 200^3 - \frac{1}{12} 120 \cdot 100^3 = 100 \cdot 10^6 - 10 \cdot 10^6 = 90 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

b. Schets de dwarskrachtenlijn. Hoe groot is de maximale dwarskracht?

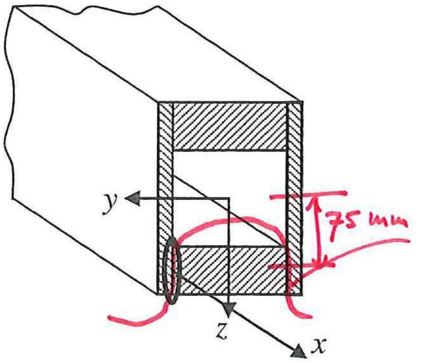


Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
27 juni 2011 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

c. Schets het verloop in x-richting van de horizontale schuifstroom s_h (schuifkracht per lengte) aan één zijde van het onderste deel, aangegeven in de onderstaande figuur. Hoe groot is de maximale schuifkracht per lengte langs deze zijde?

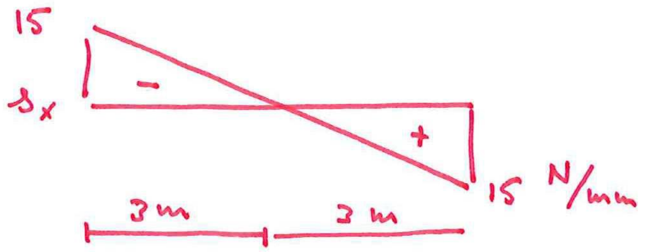


$$s_x = \frac{V S^a}{I}$$

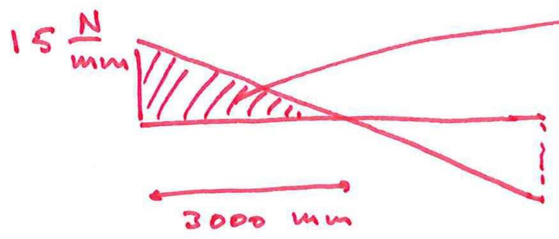
$$S^a = 50 \cdot 120 \cdot 75 = 450 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$s_{x,max} = \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 450 \cdot 10^3}{90 \cdot 10^6} = 30 \text{ N/mm}$$

Dit is een dubbelsnede; per zijde: 15 N/mm



d. Hoeveel draadnagels zijn in totaal benodigd (in de gehele ligger)?



$$R = \tfrac{1}{2} \cdot 15 \cdot 3000 = 22\,500 \text{ N}$$

$$n_{nagels} > \frac{R}{F_{nagel}} = \frac{22\,500}{200} = 112{,}5$$

dus 113 nagels voor dit deel.

×2 voor "links" en "rechts" (de andere driehoek)
×2 voor de andere kant van de dubbelsnede
×2 voor boven en onder

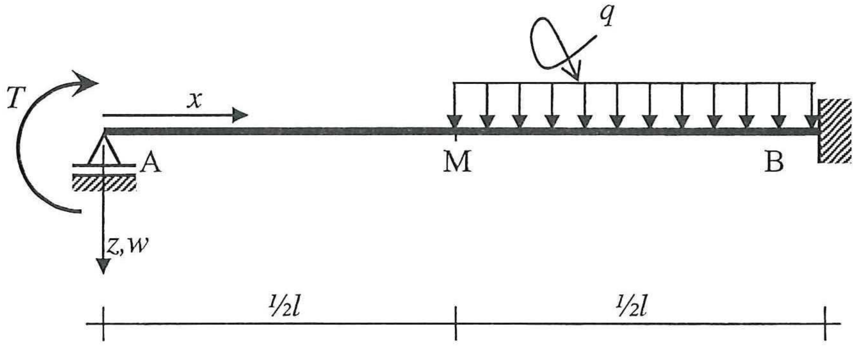
Totaal 113 × 8 = 904 nagels

STUDIENUMMER

NAAM

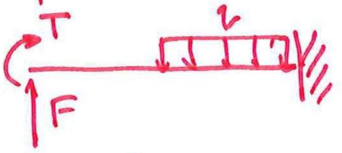
OPGAVE 5 (gewicht 2,0 - ongeveer 35 minuten)

Gegeven: een ligger met lengte l, opgelegd op een rol in A en ingeklemd in B. De ligger wordt belast met verdeelde belasting q, van het midden M tot B, en met een koppel T ter plaatse van A. De buigstijfheid is EI.



Gevraagd:
De verticale oplegreactie in A. Druk deze uit in q, T, l en EI.

Enkelvoudig statisch onbepaald:

Beschouw  en eis $w_A \equiv 0$

- tgv T: $w_A = -\dfrac{Tl^2}{2EI}$
- tgv F: $w_A = -\dfrac{Fl^3}{3EI}$
- tgv q: $w_A = w_M + \varphi_M \cdot \frac{1}{2}l = \dfrac{q(\frac{l}{2})^4}{8EI} + \dfrac{q(\frac{l}{2})^3}{6EI} \cdot \frac{1}{2}l = \dfrac{ql^4}{128EI} + \dfrac{ql^4}{96EI}$
- totaal: $w_A = -\dfrac{Tl^2}{2EI} - \dfrac{Fl^3}{3EI} + \dfrac{ql^4}{128EI} + \dfrac{ql^4}{96EI} = 0$

(vermenigvuldigen met 384 EI geeft:)

$$-192Tl^2 - 128Fl^3 + 3ql^4 + 4ql^4 = 0$$

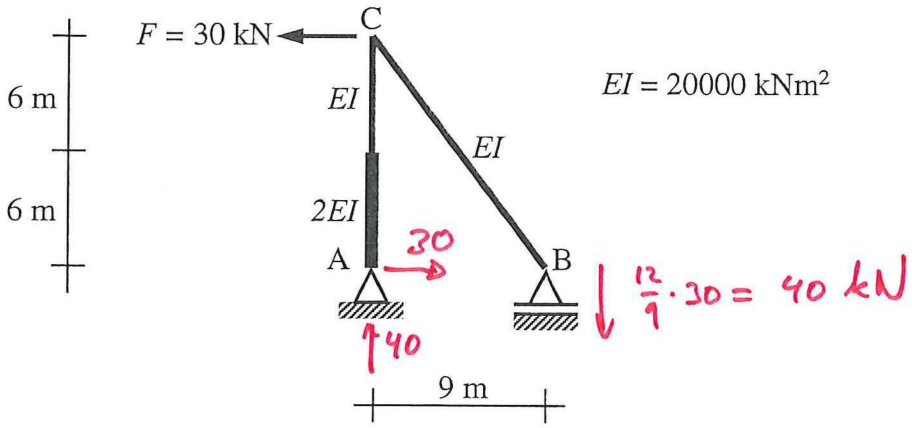
$$-128Fl^3 = -7ql^4 + 192Tl^2$$

$$F = \frac{7}{128}ql - \frac{192}{128}\frac{T}{l} = \frac{7}{128}ql - \frac{3}{2}\frac{T}{l}$$

STUDIENUMMER
NAAM

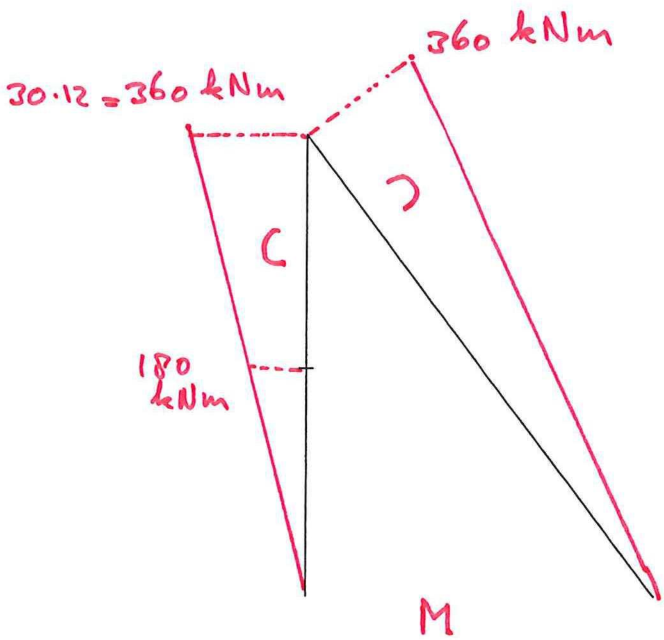
OPGAVE 6 (gewicht 2,0 - ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaande constructie ACB is belast met een kracht F. De buigstijfheid van de onderste helft van AC is 2 maal zo groot als de overige buigstijfheden. Er is alleen vervorming door buiging.



Gevraagd:

a. De rotatie van punt A. Geef de richting aan.



Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
27 juni 2011 van 09.00-12.00 uur

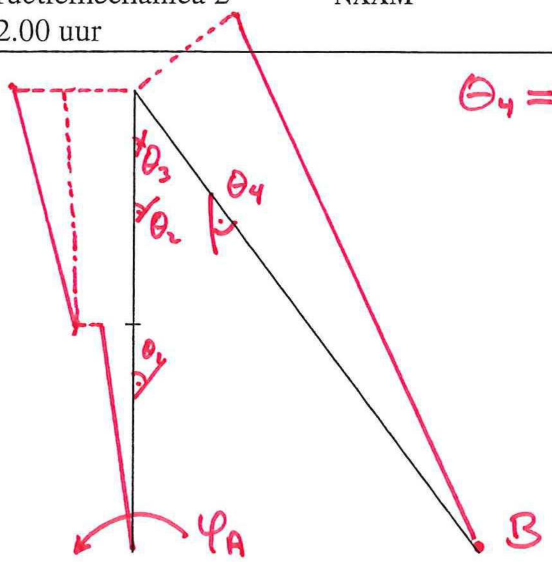
STUDIENUMMER

NAAM

$$\theta_1 = \frac{\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 180}{40\,000} = 0.0135$$

$$\theta_2 = \frac{6\cdot 180}{20\,000} = 0.0540$$

$$\theta_3 = \frac{\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 180}{20\,000} = 0.0270$$



$$\theta_4 = \frac{\frac{1}{2}\cdot 15\cdot 360}{20\,000} = 0.1350$$

$(l_{CB} = 15\ m)$

M gereduceerd.

omhoog is pos.

$$u_{vert.,B} = +9\,\varphi_A - 9\,\theta_1 - 9\,\theta_2 - 9\,\theta_3 - 6\,\theta_4 = 0$$

$$\varphi_A = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \tfrac{2}{3}\,\theta_4 = 0.1845$$

b. De horizontale verplaatsing van de rol in punt B. Geef de richting aan.

rechts is pos.

$$u_{horiz.,B} \underbrace{=}_{(0\cdot\varphi_A)} -4\,\theta_1 - 9\,\theta_2 - 10\,\theta_3 - 8\,\theta_4 = -1{,}89\ m = -1890\ mm$$

$\leftarrow$

STUDIENUMMER

NAAM

Technische Universiteit Delft

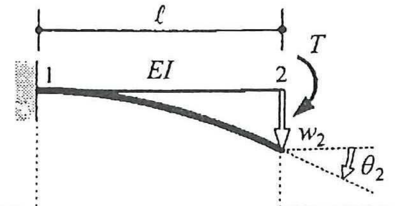
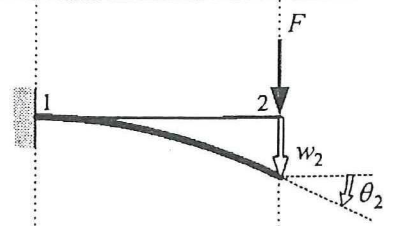
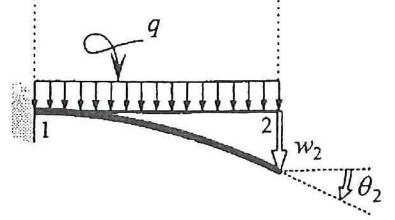
Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
27 juni 2011 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |

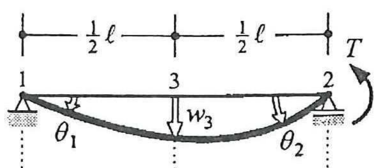
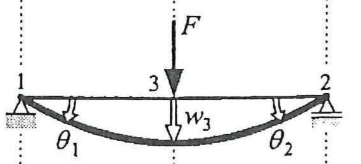
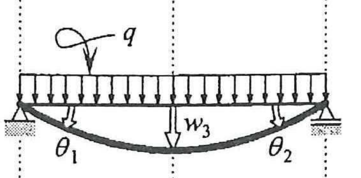
NAAM

Vergeet-me-nietjes

vergeet-mij-nietjes

(1)		$\theta_2 = \dfrac{T\ell}{EI}; \quad w_2 = \dfrac{T\ell^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \dfrac{F\ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \dfrac{F\ell^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \dfrac{q\ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \dfrac{q\ell^4}{8EI}$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

(4)		$\theta_1 = \dfrac{1}{6}\dfrac{T\ell}{EI}; \quad \theta_2 = \dfrac{1}{3}\dfrac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \dfrac{1}{16}\dfrac{T\ell^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \dfrac{1}{16}\dfrac{F\ell^2}{EI}; \quad w_3 = \dfrac{1}{48}\dfrac{F\ell^3}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \dfrac{1}{24}\dfrac{q\ell^3}{EI}; \quad w_3 = \dfrac{5}{384}\dfrac{q\ell^4}{EI}$

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
28 juni 2010 van 18.30-21.30 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM Max Hendriks.

Antwoordformulier
CT1041 Constructiemechanica 2 5 ECTS
28 juni 2010

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Tenzij anders vermeld wordt het **eigen gewicht van een constructie buiten beschouwing** gelaten.

Een blad met relevante **vergeet-me-nietjes** voor buigvervorming is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Benut controlemogelijkheden om rekenfouten te vermijden.
Maak de opgaven in een volgorde naar eigen keuze.
Let op: er zijn **5 opgaven.**

vraag	score
1	
2	
3	
4	
5	
totaal	

Technische Universiteit Delft

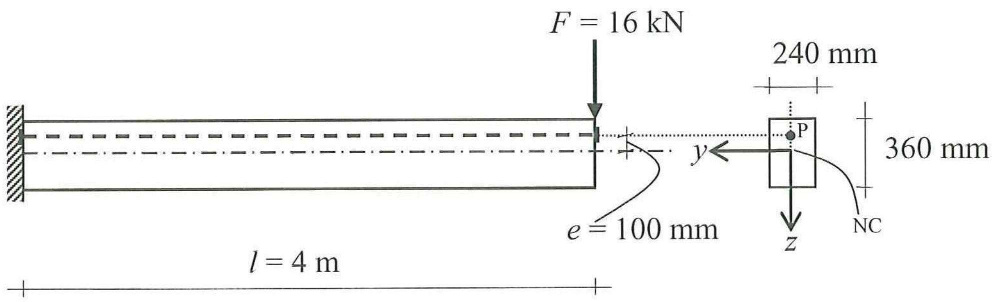
Faculteit CiTG **STUDIENUMMER**

Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2 **NAAM**

28 juni 2010 van 18.30-21.30 uur

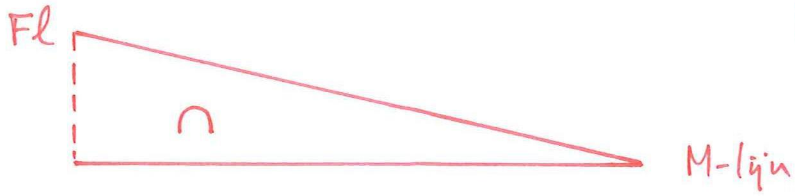
OPGAVE 1 (gewicht 2,2 - ongeveer 40 minuten)

Onderstaande, eenzijdig ingeklemde, balk met rechthoekige doorsnede is voorgespannen door middel van een rechte voorspanstaaf. De voorspanstaaf heeft een excentriciteit $e = 100$ mm.



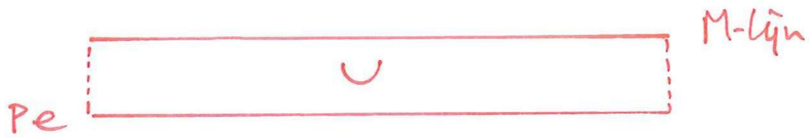
Vragen:

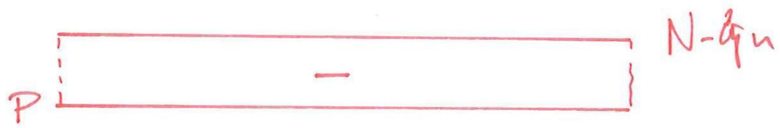
a. Teken voor de tot lijnelement geschematiseerde balk de M-lijn ten gevolge van alleen $F = 16$ kN.



$Fl = 64$ kNm

b. Schets ook de M- en N-lijn ten gevolge van alleen de (nog onbekende) voorspankracht P.





STUDIENUMMER

NAAM

c. Bereken de minimaal benodigde voorspankracht P opdat nergens in de inklemmingsdoorsnede trek optreedt.

Inklemmingsdsn.: $M_z = Pe - Fl = 100\,P - 64\,000\,000$ Nmm

$N = -P$ N

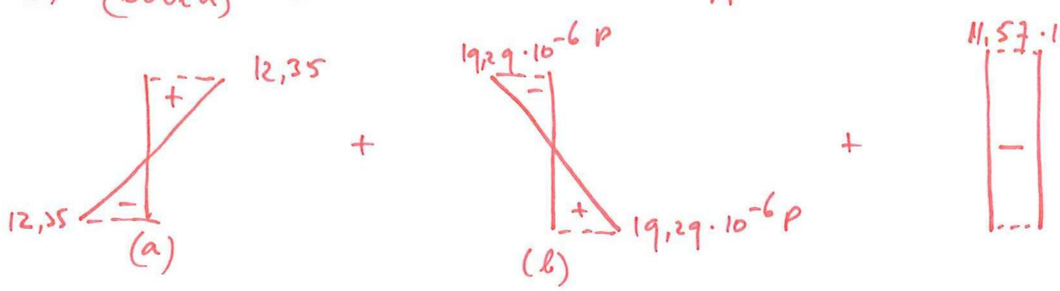
$I_{zz} = \text{"}\frac{1}{12}bh^3\text{"} = \frac{1}{12} 240 \cdot 360^3 = 933{,}12 \cdot 10^6$ mm^4

$A = 240 \cdot 360 = 86{,}4 \cdot 10^3$ mm^2

(a) σ_{boven} t.g.v. $M_z = -Fl$: $\sigma = \dfrac{-Fl \cdot (-180)}{I_{zz}} = +12{,}35$ N/mm^2 (trek)

(b) σ_{boven} t.g.v. $M_z = Pe$: $\sigma = \dfrac{Pe\,(-180)}{I_{zz}} = -19{,}29 \cdot 10^{-6}\,P$ N/mm^2 (druk)

(c) σ_{boven} t.g.v. $N = -P$: $\sigma = \dfrac{-P}{A} = -11{,}57 \cdot 10^{-6}\,P$ N/mm^2 (druk)



$\sigma_{boven,\,totaal}$ moet 0 zijn:

$12{,}35 - 19{,}29 \cdot 10^{-6}\,P - 11{,}57 \cdot 10^{-6}\,P = 0 \longrightarrow P = 400 \cdot 10^3$ N

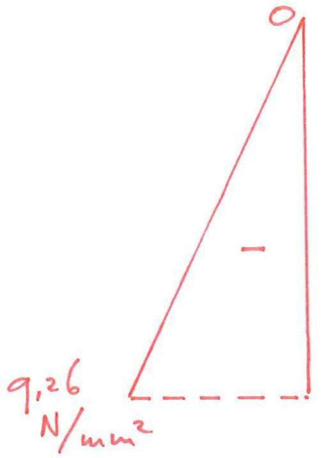
$\sigma_{onder,\,totaal}$ is dan:

$-12{,}35 + 19{,}29 \cdot 10^{-6} \cdot 400 \cdot 10^3 - 11{,}57 \cdot 10^{-6} \cdot 400 \cdot 10^3 = -9{,}26$ N/mm^2

Technische Universiteit Delft

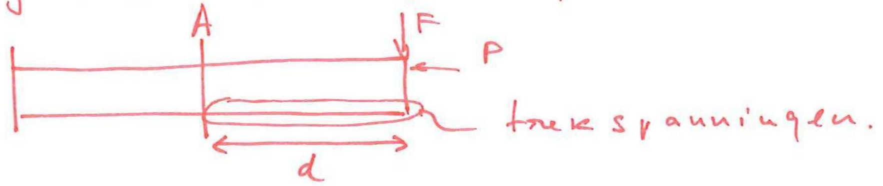
Faculteit CiTG — STUDIENUMMER
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2 — NAAM
28 juni 2010 van 18.30-21.30 uur

d. Teken het normaalspanningsdiagram voor de inklemmingsdoorsnede, met de goede tekens voor trek en druk, en schrijf de waarden er bij.



e. Beschouw nu niet alleen de inklemmingsdoorsnede, maar de hele balk in langsrichting. Over welk deel van de balk treden trekspanningen op, bij de bij c) bepaalde voorspankracht P?

P ligt buiten de kern van de dsn. Dus, t.g.v. P trekspanningen aan de onderzijde. Over een deel "d" aan de rechterkant van de balk zal deze trek-spanning niet gecompenseerd worden door de drukspanning aan de onderzijde t.g.v. $M_z = -Fd$:



Bij dsn. A:

σ_{onder} t.g.v. $M_z = -Fd$: $\sigma = \dfrac{-Fd(+180)}{I_{zz}} = -3{,}09 \cdot 10^{-3}\, d \ \dfrac{N}{mm^2}$ (druk)

σ_{onder} t.g.v. P: $\sigma = +19{,}29 \cdot 10^{-6} \cdot 400 \cdot 10^{3} - 11{,}57 \cdot 10^{-6} \cdot 400 \cdot 10^{3} = +3{,}09 \ \dfrac{N}{mm^2}$

$\sigma_{onder,totaal}$ gelijk aan 0:

$-3{,}09 \cdot 10^{-3} \cdot d + 3{,}09 = 0 \longrightarrow d = 1000$ mm.

Technische Universiteit Delft

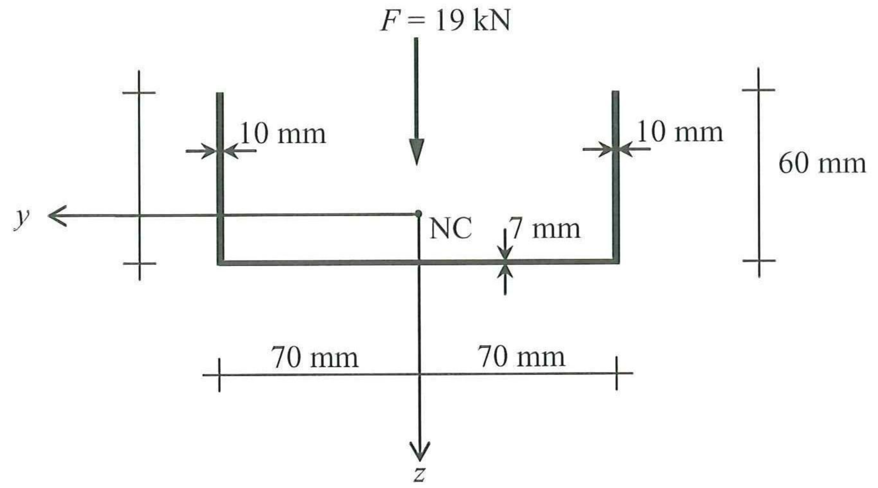
Faculteit CiTG | **STUDIENUMMER**

Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2 | **NAAM**

28 juni 2010 van 18.30-21.30 uur

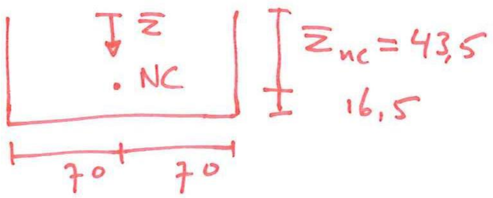
OPGAVE 2 (gewicht 2,0 - ongeveer 35 minuten)

Onderstaand *dunwandig* U-profiel moet in het symmetrievlak een dwarskracht van $F = 19$ kN overbrengen.



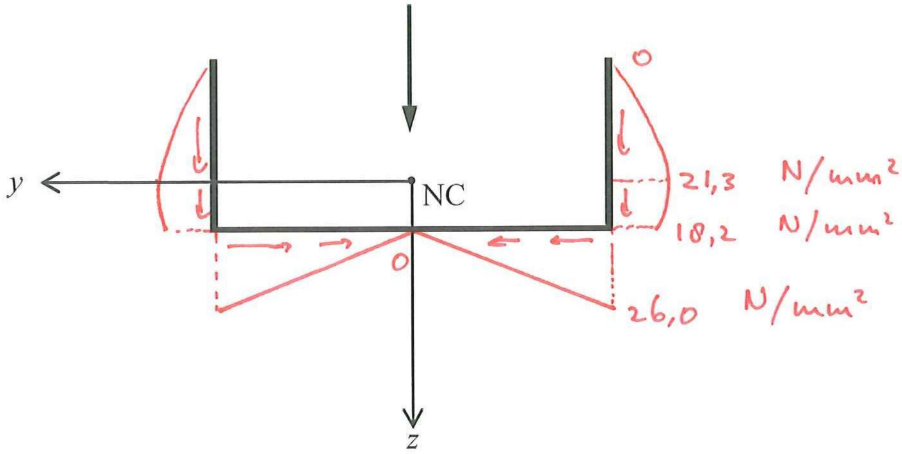
Gevraagd:

a. Bepaal de plaats van het normaalkrachtencentrum NC van de doorsnede. Rond af op 1 decimaal nauwkeurig.

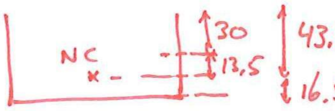


$$z_{nc} = \frac{S_z}{A} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 60 \cdot 30 + 140 \cdot 7 \cdot 60}{7 \cdot 140 + 2 \cdot 10 \cdot 60} = 43{,}5 \text{ mm}$$

b. Het schuifspanningsverloop. Teken het diagram. Geef met pijlen de richting aan.



c. De waarden van de schuifspanning bij de overgang van lijven en flens, bij de uiteinden en ter plaatse van NC.



$V = 19\,000$ N

$I_{zz} = I^{\text{lijf}}_{\text{steiner}} + 2\left\{ I^{\text{flens}}_{\text{eigen}} + I^{\text{flens}}_{\text{steiner}} \right\}$

$= 7 \cdot 140 \cdot (16{,}5)^2 + 2 \cdot \left\{ \frac{1}{12} \cdot 10 \cdot 60^3 + 10 \cdot 60 \cdot (13{,}5)^2 \right\} = 845{,}5 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$

• Ter plaatse van NC:

$\tau = \frac{VS}{b I_{zz}}$ met $b = 2 \cdot 10 = 20$ mm

$S = 2 \cdot 43{,}5 \cdot 10 \cdot \frac{43{,}5}{2} = 18922{,}5 \text{ mm}^3$

$\tau = 21{,}3 \text{ N/mm}^2$

STUDIENUMMER

NAAM

- Ter plaatse overgang lijven en flens

$$\tau = \frac{VS}{b\, I_{zz}}$$ met $b = 2 \cdot 10 = 20$ mm (lijf)

$b = 2 \cdot 7 = 14$ mm (flens)

$S = 2 \cdot 60 \cdot 10 \cdot 13{,}5 = 16200\ \text{mm}^3$

$\tau_{lijf} = 18{,}2\ \text{N/mm}^2$

$\tau_{flens} = 26{,}0\ \text{N/mm}^2$

d. De maximale schuifspanning in de doorsnede en de plaats waar deze optreedt.

$26{,}0\ \text{N/mm}^2$ links en rechts in de flens bij de overgang naar de lijven.

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG

Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2

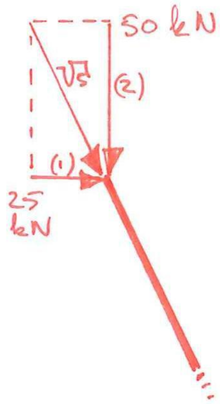
28 juni 2010 van 18.30-21.30 uur

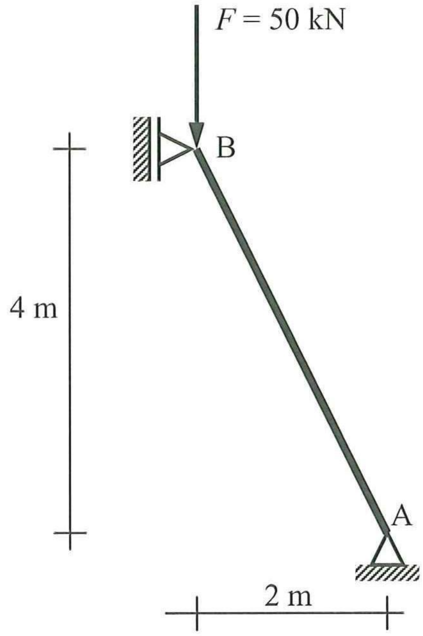
STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM

OPGAVE 3 (gewicht 1,6 - ongeveer 30 minuten)

Onderstaande staaf AB is opgelegd op een scharnier in A en een verticale rol in B.
De staaf wordt in B belast door een verticale kracht F = 50 kN.
De rekstijfheid van de staaf is EA = 43 MN.



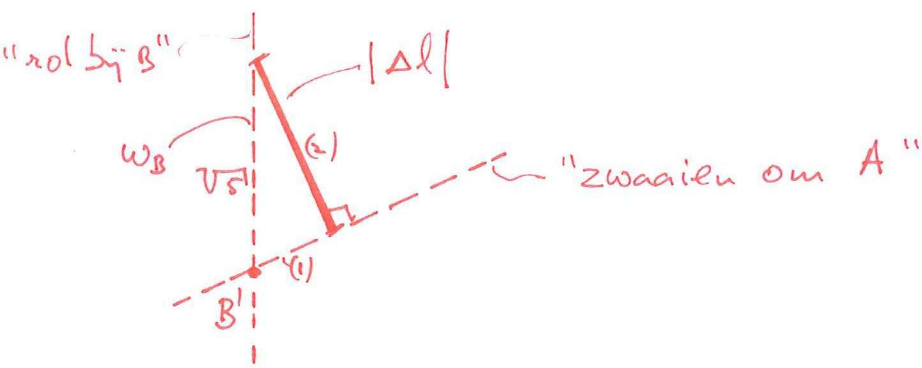


Gevraagd: de zakking van B.

$$N = -\sqrt{25^2 + 50^2} = -25\sqrt{5}\ \text{kN}$$

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{-25\sqrt{5} \cdot \sqrt{2^2+4^2}}{43 \cdot 10^3} = \frac{-250}{43 \cdot 10^3} \approx -5{,}81 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

(in kN en m)



$$w_B = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot |\Delta l| = 6{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 6{,}5\ \text{mm}$$

STUDIENUMMER

NAAM

Technische Universiteit Delft

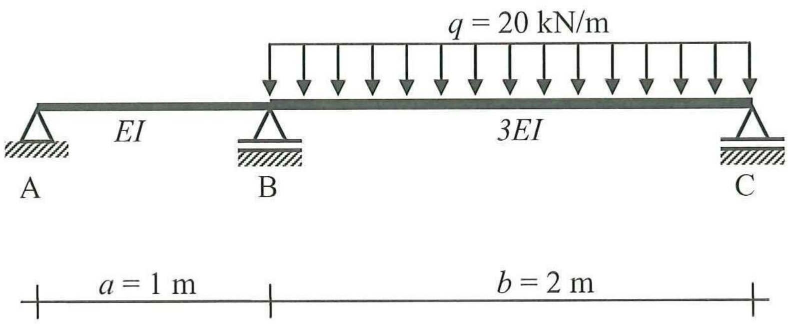
Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
28 juni 2010 van 18.30-21.30 uur

STUDIENUMMER

NAAM

OPGAVE 4 (gewicht 2,0 - ongeveer 35 minuten)

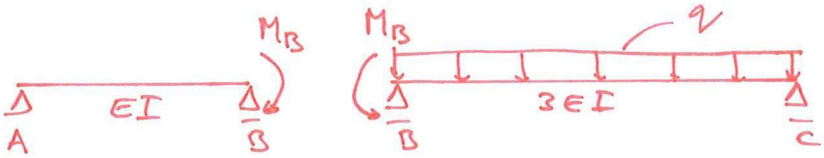
Onderstaande doorgaande ligger ABC heeft tussen AB een buigstijfheid EI, en tussen BC een buigstijfheid $3EI$. De grootte van EI is niet gegeven.



Gevraagd:

a. Het buigend moment in B.
Aanwijzing: Kies als statisch onbepaalde het buigend moment ter plaatse van B (het zogenaamde steunpuntsmoment).

Lossnijden in B:



Aansluitvoorwaarde $\varphi_{B,links} = \varphi_{B,rechts}$

$$\varphi_{B,links} = \text{"}\frac{1}{3}\frac{Tl}{EI}\text{"} = \frac{1}{3}\frac{M_B}{EI}$$

$$\varphi_{B,rechts} = \text{"}\frac{1}{3}\frac{Tl}{EI}\text{"} + \text{"}\frac{1}{24}\frac{ql^3}{EI}\text{"} = -\frac{1}{3}\frac{M_B \cdot 2}{3EI} + \frac{1}{24}\frac{20 \cdot 8}{3EI}$$

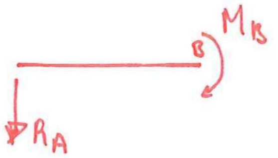
dus: $\frac{1}{3}M_B = -\frac{2}{9}M_B + \frac{160}{72}$

$$\frac{5}{9}M_B = \frac{20}{9}$$

$$M_B = 4 \text{ kNm}$$

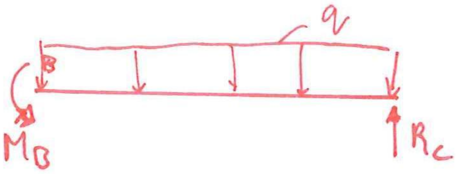
b. De oplegreactie bij B.

Linker deel:



$$\Sigma T_B = 0 \rightarrow R_A \cdot a - M_B = 0 \rightarrow R_A = M_B = 4 \text{ kN}$$

rechter deel:

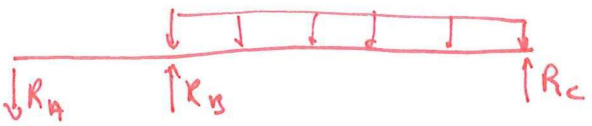


$$\Sigma T_B = 0 \rightarrow -M_B - R_C b + q \cdot b \cdot \tfrac{1}{2} b = 0$$

$$\rightarrow -4 - 2R_C + 40 = 0$$

$$\rightarrow R_C = 18 \text{ kN}$$

geheel:



$$\Sigma F_v = 0 \rightarrow -R_A - qb + R_B + R_C = 0$$

$$\rightarrow R_B = R_A + qb - R_C$$

$$= 4 + 40 - 18 = 26 \text{ kN}$$

Technische Universiteit Delft

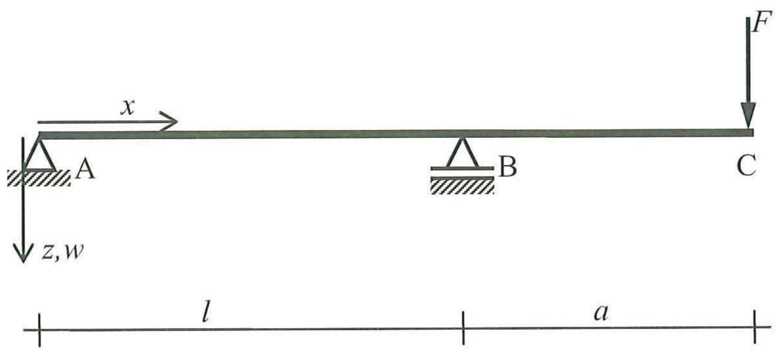
Faculteit CiTG — **STUDIENUMMER**

Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2 — **NAAM**

28 juni 2010 van 18.30-21.30 uur

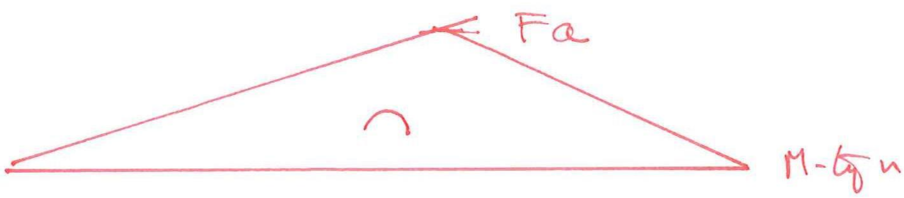
OPGAVE 5 (gewicht 2,2 - ongeveer 40 minuten)

Onderstaande vrij opgelegde ligger ABC is belast door een kracht F bij C. De buigstijfheid is EI. Maten en assenstelsel zijn aangegeven.



Gevraagd:

a. Schets de M-lijn.



b. Beschouw deel AB ($0 \leq x \leq l$). Schrijf het moment M voor deel AB als een functie van x (een functie $M(x)$ uitgedrukt in F, a, l en x).

$$M(x) = \frac{x}{l}(-Fa) = -\frac{Fa}{l}x$$

c. Gegeven de differentiaalvergelijking voor buiging: $\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{M}{EI}$. Beschouw alleen deel AB.

Los met behulp van de differentiaalvergelijking het verloop van de doorbuiging w als functie van x op, voor deel AB (een functie $w(x)$ uitgedrukt in F, a, l, EI en x).

STUDIENUMMER

NAAM

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{-M(x)}{EI} = +\frac{Fa}{EI\ell}x$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{2}\frac{Fa}{EI\ell}x^2 + C_1$$

$$w = \frac{1}{6}\frac{Fa}{EI\ell}x^3 + C_1x + C_2$$

Randvoorwaarden

$x=0$ dan $w=0 \longrightarrow C_2=0$

$x=\ell$ dan $w=0 \longrightarrow 0=\frac{1}{6}\frac{Fa}{EI\ell}\ell^3 + C_1\ell \longrightarrow C_1=-\frac{1}{6}\frac{Fa\ell}{EI}$

Dus

$$w = \frac{1}{6}\frac{Fa}{EI\ell}x^3 - \frac{1}{6}\frac{Fa\ell}{EI}x$$

d. Bepaal, uitgaande van het antwoord bij c), de rotatie bij A.

$$\varphi_A = -\left(\frac{dw}{dx}\right)_{x=0} = -C_1 = \frac{1}{6}\frac{Fa\ell}{EI}$$

STUDIENUMMER

NAAM

e. Bepaal de maximale doorbuiging (in absolute zin) voor deel AB, dat wil zeggen de extreme waarde van *w(x)* voor deel AB. Voor welke *x* treedt deze op?

Extreem voor x als $\frac{dw}{dx} = 0$ dus

$$\frac{1}{2}\frac{Fa}{EI\ell}x^2 - \frac{1}{6}\frac{Fa\ell}{EI} = 0$$

$$3\frac{Fa}{EI\ell}x^2 = \frac{Fa\ell}{EI}$$

$$x^2 = \frac{1}{3}\ell^2$$

$$x = \frac{1}{3}\sqrt{3}\,\ell \approx 0{,}577\,\ell$$

"iets rechts van het midden". (Zie schets (4) op blz. 17.)

Extreme waarde voor w

$$w\left(x = \tfrac{1}{3}\sqrt{3}\,\ell\right) =$$

$$\frac{1}{6}\frac{Fa}{EI\ell}\left(\tfrac{1}{3}\sqrt{3}\,\ell\right)^3 - \frac{1}{6}\frac{Fa\ell}{EI}\left(\tfrac{1}{3}\sqrt{3}\,\ell\right) =$$

$$\frac{1}{6}\frac{Fa\ell^2}{EI}\cdot\frac{1}{9}\sqrt{3} - \frac{1}{6}\frac{Fa\ell^2}{EI}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{3} =$$

$$\left(\frac{1}{54} - \frac{1}{18}\right)\sqrt{3}\cdot\frac{Fa\ell^2}{EI} =$$

$$-\frac{1}{27}\sqrt{3}\,\frac{Fa\ell^2}{EI}$$

$\left(\approx \frac{1{,}026}{16}\frac{Fa\ell^2}{EI}\right.$ vergelijk met vergeet-me-nietje (4) op blz. 17 voor doorbuiging in het midden, $\left. x = \frac{1}{2}\ell\right)$.

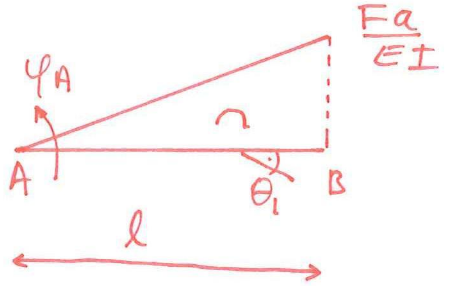
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
28 juni 2010 van 18.30-21.30 uur

STUDIENUMMER

NAAM

f. Maak nu gebruik van de methode van momentenvlakstellingen. Bepaal wederom de rotatie bij A en de maximale doorbuiging in AB, en de x waarbij deze optreedt. Controleer uw antwoorden met de antwoorden bij d) en e) volgens de differentiaalvergelijking.



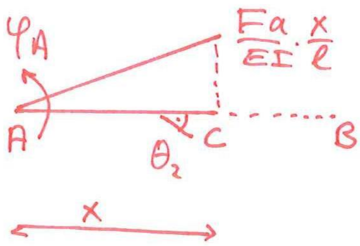
$$\theta_1 = \frac{1}{2}\frac{Fa}{EI}l$$

verticale verplaatsing van B moet nul zijn:

$$-\varphi_A \cdot l + \theta_1 \cdot \frac{1}{3}l = -\varphi_A \cdot l + \frac{1}{2}\frac{Fa}{EI}\cdot\frac{1}{3}l^2 = 0 \rightarrow$$

$$\varphi_A = \frac{1}{6}\frac{Fa}{EI}l \quad \text{(klopt met d))}.$$

beschouw nu een deel met lengte "x":
AC



$$\theta_2 = \frac{1}{2}\frac{Fa}{EI}\cdot\frac{x}{l}\cdot x = \frac{1}{2}\frac{Fa}{EIl}x^2$$

verticale verplaatsing van C:

$$w_C = -\varphi_A \cdot x + \frac{1}{2}\frac{Fa}{EIl}x^2 \cdot \frac{1}{3}x = -\frac{1}{6}\frac{Fa}{EI}lx + \frac{1}{6}\frac{Fa}{EIl}x^3$$

Dit is hetzelfde als het resultaat van onderdeel c). Het bepalen van de extreme waarde, en de x waar deze optreedt gaat vervolgens hetzelfde als bij e).

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
28 juni 2010 van 18.30-21.30 uur

STUDIENUMMER

NAAM

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
28 juni 2010 van 18.30-21.30 uur

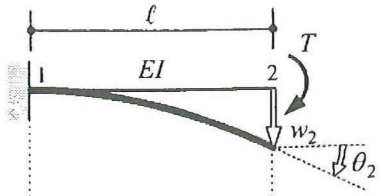
STUDIENUMMER

NAAM

Vergeet-me-nietjes

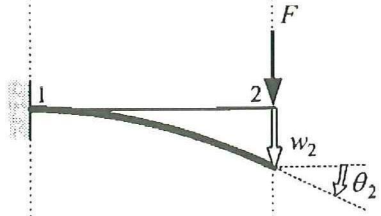
vergeet-mij-nietjes

(1)



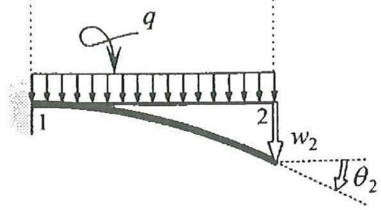
$$\theta_2 = \frac{T\ell}{EI}; \quad w_2 = \frac{T\ell^2}{2EI}$$

(2)



$$\theta_2 = \frac{F\ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F\ell^3}{3EI}$$

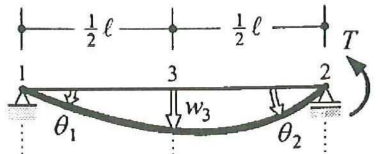
(3)



$$\theta_2 = \frac{q\ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q\ell^4}{8EI}$$

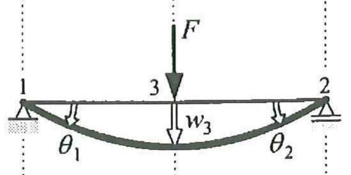
vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

(4)



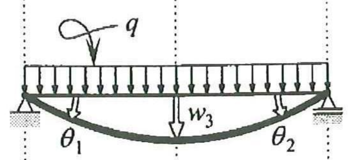
$$\theta_1 = \frac{1}{6}\frac{T\ell}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3}\frac{T\ell}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16}\frac{T\ell^2}{EI}$$

(5)



$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16}\frac{F\ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48}\frac{F\ell^3}{EI}$$

(6)



$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24}\frac{q\ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384}\frac{q\ell^4}{EI}$$

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |
NAAM

Antwoordformulier
CT1041 Constructiemechanica 2 5 ECTS
6 april 2010

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Tenzij anders vermeld wordt het **eigen gewicht van een constructie buiten beschouwing** gelaten.

Een blad met relevante **vergeet-me-nietjes** voor buigvervorming is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Benut controlemogelijkheden om rekenfouten te vermijden.
Maak de opgaven in een volgorde naar eigen keuze.
Let op: er zijn **6 opgaven.**

vraag	score
1	
2	
3	
4	
5	
6	
totaal	

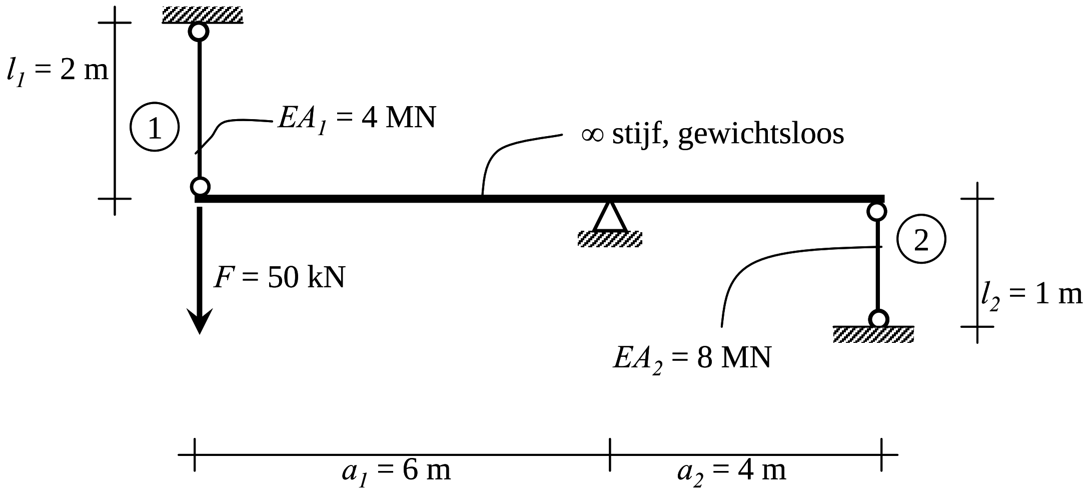
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 1 (gewicht 1,3 - ongeveer 25 minuten)

Gegeven: Een volkomen stijve en gewichtsloze ligger is scharnierend opgelegd en aan de uiteinden verbonden met twee verticale staven "1" en "2". In onbelaste toestand is de ligger horizontaal. Overige gegevens zijn in onderstaande figuur aangegeven.



Bereken ten gevolge van kracht F

a. De verlenging Δl_1 van staaf "1"
b. De kracht N_2 in staaf "2"
c. De rek ε_2 in staaf "2"

STUDIENUMMER

NAAM

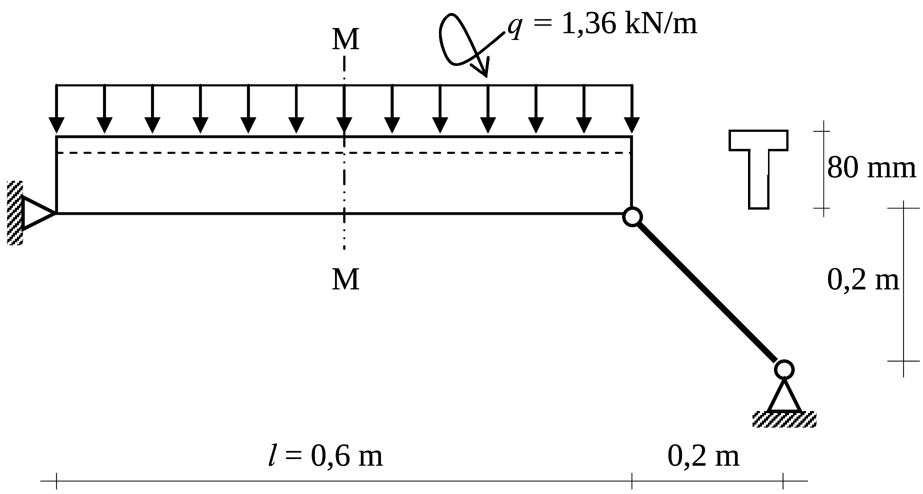
Technische Universiteit Delft

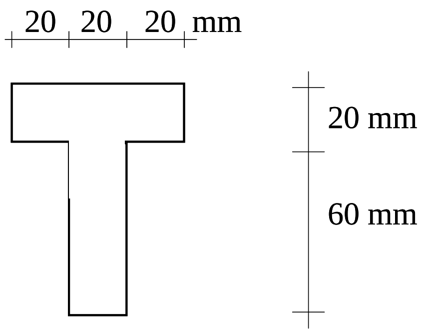
Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 2 (gewicht 2,2 - ongeveer 40 minuten)

Gegeven: Een T-vormige ligger met een gelijkmatig verdeelde belasting is excentrisch ondersteund door een scharnier linksonder en een pendelstaaf rechtsonder. Belasting, maten en doorsnede-afmetingen zijn in onderstaande figuur aangegeven.





Gevraagd:

a. Bepaal de plaats van het normaalkrachtencentrum NC van de doorsnede.

b. Bepaal het relevante traagheidsmoment van de doorsnede.

c. Schets de normaalkrachtenlijn en de momentenlijn voor de ligger.

d. Bereken de normaalspanning in de bovenvezel en de ondervezel ter plaatse van de middendoorsnede M-M, met het juiste teken voor trek en druk. Teken het normaalspanningsdiagram voor de middendoorsnede (het verloop over de hoogte, niet het ruimtelijk patroon). Schrijf de waarden en tekens erbij.

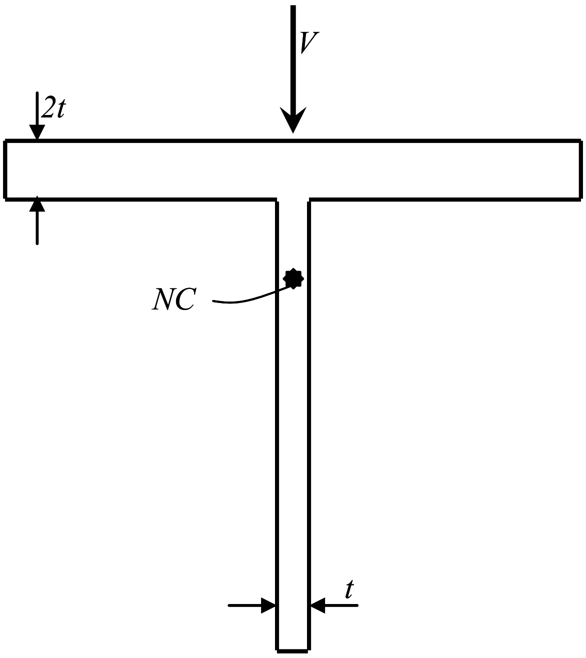
e. Bereken de maximale schuifspanning in de ligger. Waar treedt deze op?

STUDIENUMMER
NAAM

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 3 (gewicht 1,5 - ongeveer 25 minuten)

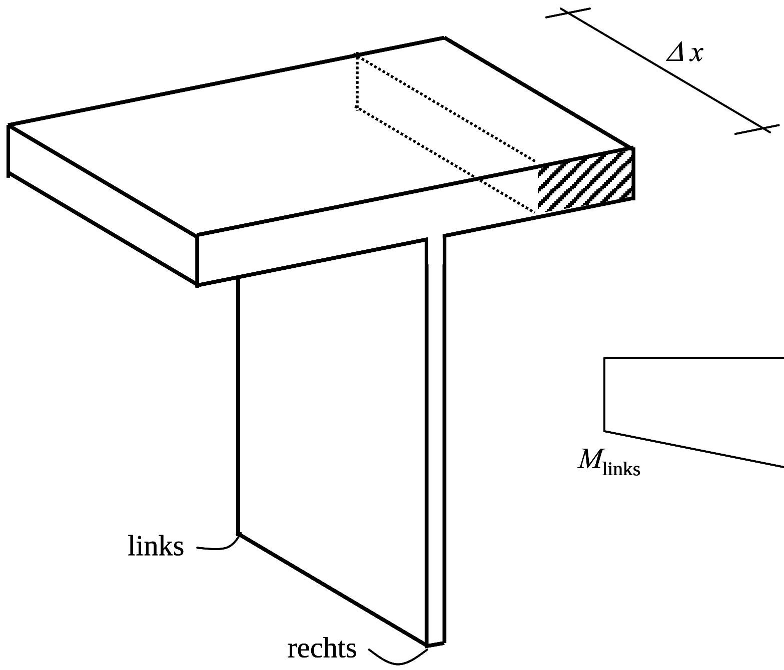
Gegeven: onderstaande *dunwandige* T-doorsnede, waarvan de flens twee maal zo dik is als het lijf. In de figuur zijn de diktes van lijf en flens overdreven weergegeven.
De doorsnede brengt een verticale dwarskracht *V* over. De plaats van het normaalkrachtencentrum NC is schematisch aangegeven.

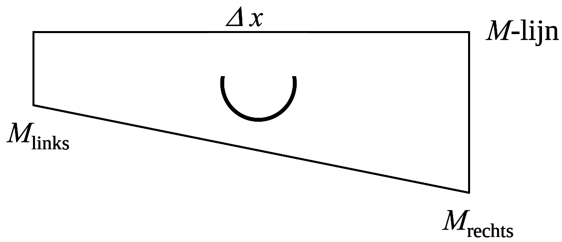


a. Verklaar, met een schets en maximaal 10 regels tekst, waarom er in de flenzen van het T-profiel *horizontale* schuifspanningen kunnen optreden ten gevolge van de *verticale* dwarskracht *V*.

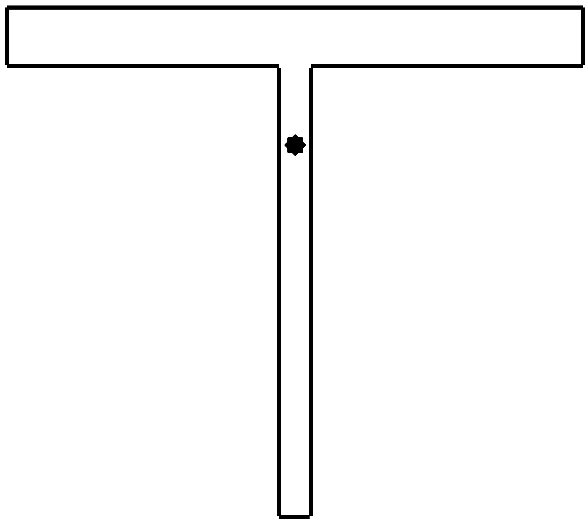
   Aanwijzing, zie onderstaande figuur: beschouw een mootje in langsrichting en stel een evenwichtsbeschouwing op voor het aangegeven deel van de flens, achter het gearceerde vlakje. Besef dat de verticale dwarskracht impliceert dat het buigend moment varieert zoals aangegeven.

STUDIENUMMER
NAAM



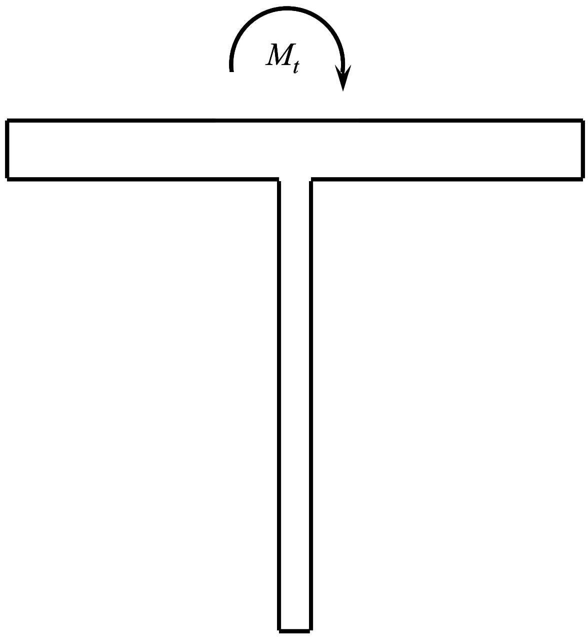


b. Schets het schuifspanningsdiagram voor de doorsnede. Teken er pijltjes bij die grootte en richting van de schuifspanningen aangeven. Geef aan waar het maximum zich bevindt en waar de schuifspanningen nul zijn. Geef bij de kruising van flens en lijf aan hoe de schuifspanningen net links en net rechts van de flens zich verhouden tot de schuifspanning net onder de flens.



STUDIENUMMER
NAAM

c. Dezelfde doorsnede wordt nu belast door een wringend moment (zonder dwarskracht). Schets het schuifspanningsverloop in de doorsnede bij dit wringend moment, met pijltjes. Beredeneer met beknopte tekst en uitleg waar de schuifspanning het grootst zal zijn: in de flens of in het lijf.

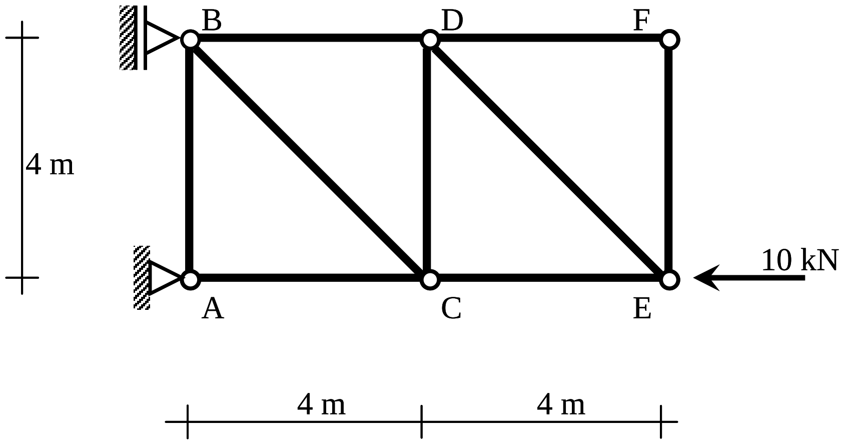


STUDIENUMMER

NAAM

OPGAVE 4 (gewicht 1,5 - ongeveer 25 minuten)

Gegeven: onderstaand vakwerk. Afmetingen, belasting en opleggingen zijn aangegeven. De rekstijfheid *EA* van de staven is 20000 kN.

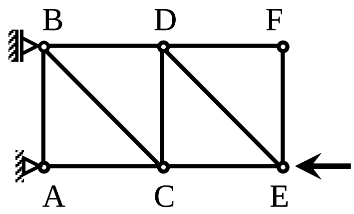


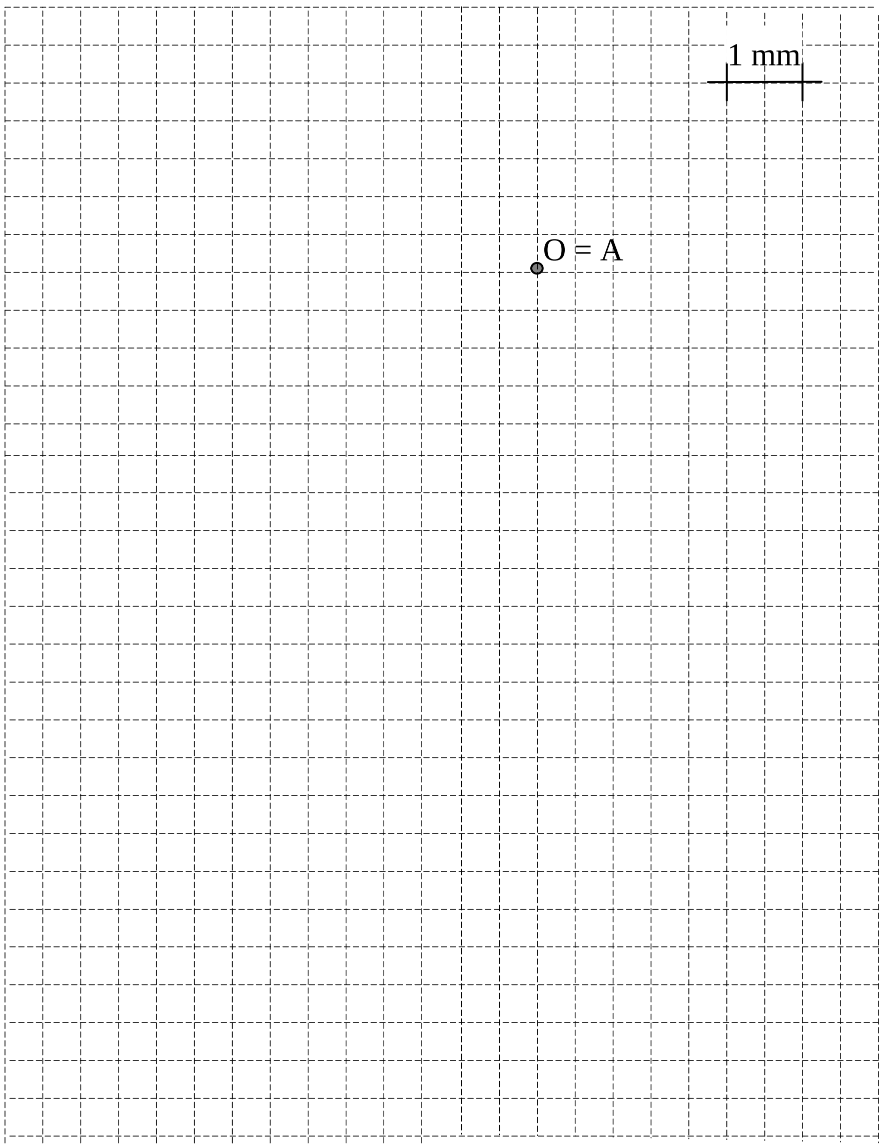
Gevraagd:

a. Bepaal de staafkrachten. Let op het teken (trek, druk) en op nulstaven. Verzamel de gegevens in de tabel.
b. Bereken voor alle staven de lengteverandering, in mm en met het goede teken voor verlenging of verkorting, of nul. Verzamel de gegevens in de tabel.

Staaf	N_i (kN)	Δl_i (mm)
AB		
AC		
BC		
BD		
CD		
CE		
DE		
DF		
EF		

c. Teken het Williot-diagram.





d. Verzamel de gevonden horizontale verplaatsing (u_h) en verticale verplaatsing (u_v) van de knopen D en F in onderstaande tabel. Geef met een pijltje de richting aan.

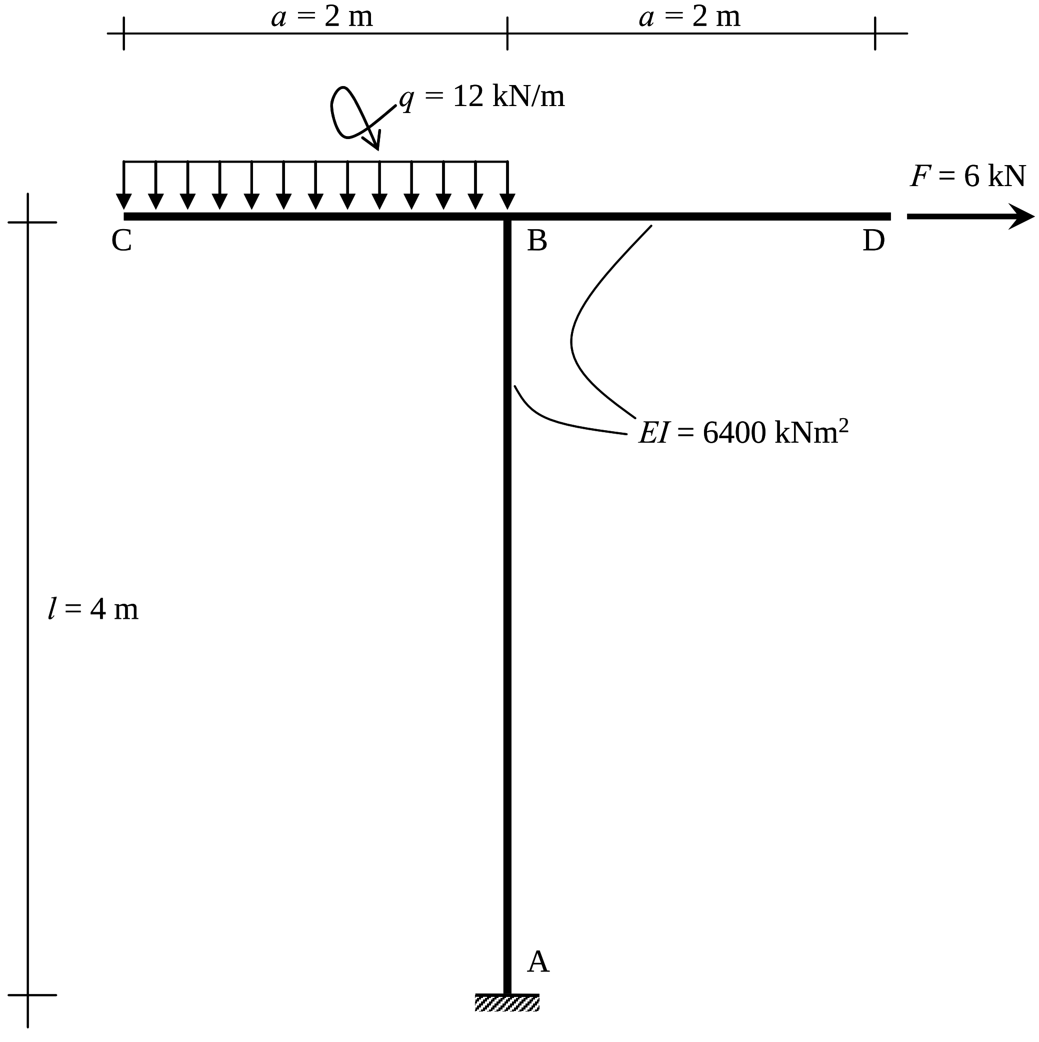
Knoop	u_h (mm)	u_v (mm)
D		
F		

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG **STUDIENUMMER**
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2 **NAAM**
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

OPGAVE 5 (gewicht 1,5 - ongeveer 25 minuten)

Gegeven: onderstaande constructie, opgebouwd uit kolom AB en balk CBD die momentvast zijn verbonden. De constructie is ingeklemd bij A en wordt belast door een verticale gelijkmatige verdeelde belasting en een horizontale puntlast als aangegeven. Maten en buigstijfheid EI zijn aangegeven. Normaalkrachtvervorming wordt verwaarloosd ten opzichte van buigvervorming. <u>De opgave dient te worden uitgewerkt met behulp van vergeet-me-nietjes.</u> Een blad met relevante vergeet-me-nietjes is toegevoegd aan dit antwoordformulier.



Gevraagd:
a. Bereken de rotatie van B. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

STUDIENUMMER

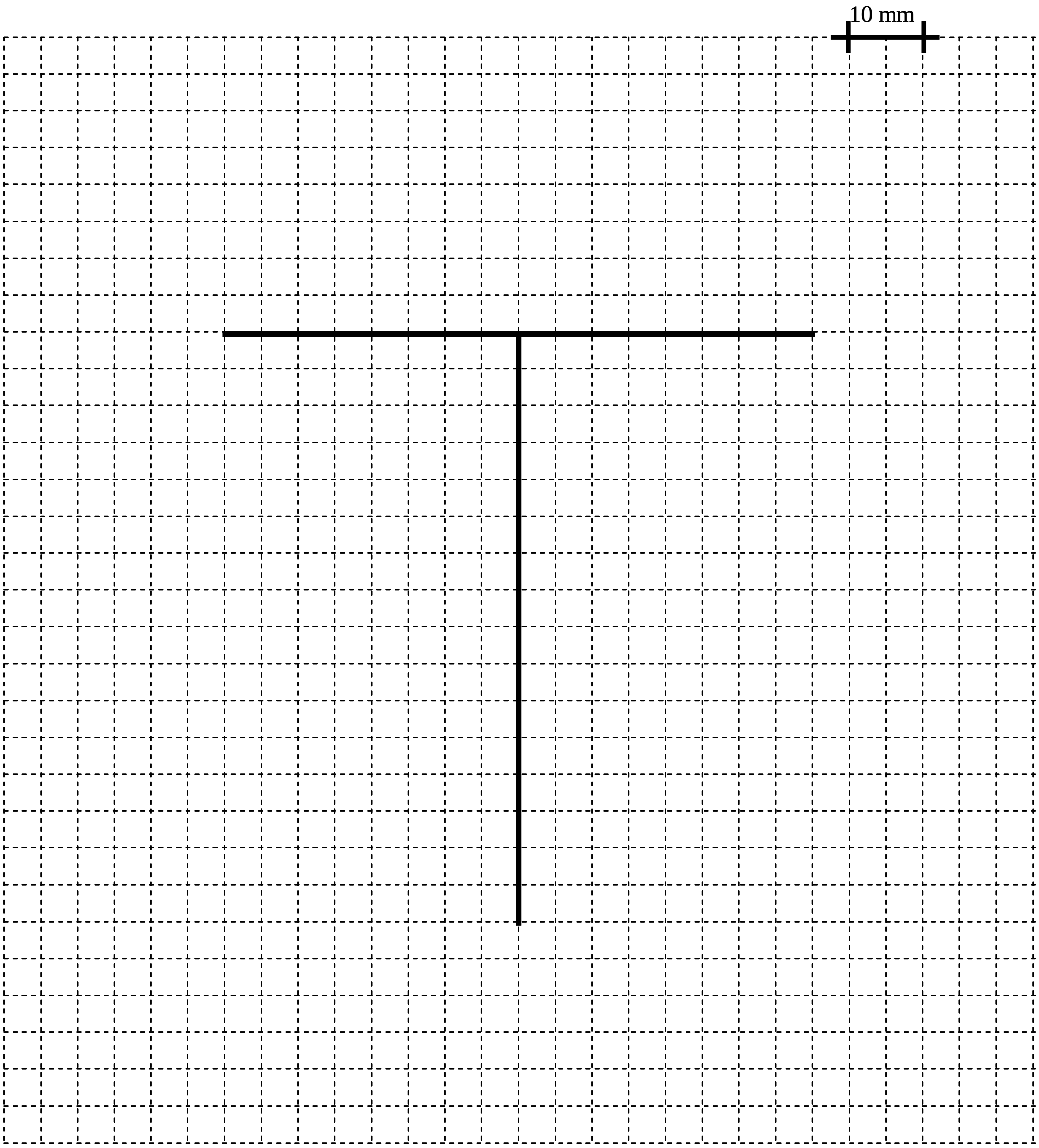
NAAM

b. Bereken de horizontale verplaatsing van B, in mm. Geef aan of deze naar links of naar rechts gericht is.

c. Bereken de verticale verplaatsing van C, in mm. Geef aan of deze omhoog of omlaag gericht is.

d. Bereken de verticale verplaatsing van D, in mm. Geef aan of deze omhoog of omlaag gericht is.

e. Teken de vervormde constructie in onderstaande figuur. Schrijf de maximale waarden er bij.



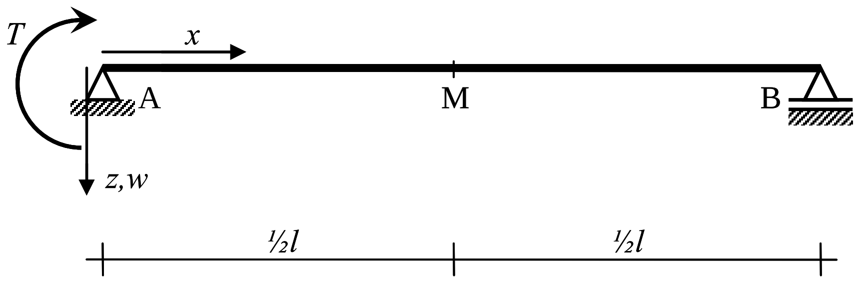
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 6 (gewicht 2,0 – ongeveer 40 minuten)

Gegeven: een vrij opgelegde ligger AB, belast door een koppel *T* bij A. De buigstijfheid is *EI*. Maten en assenstelsel zijn aangegeven.



Gevraagd:

a. Schets de momentenlijn. Schrijf het moment *M* als een functie van *x* (een functie *M(x)* uitgedrukt in *T*, *l* en *x*).

b. Gegeven de differentiaalvergelijking voor buiging: $\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{M}{EI}$. Bepaal de randvoorwaarden.

Los het verloop van de doorbuiging *w* als functie van *x* op (een functie *w(x)* uitgedrukt in *T*, *l*, *EI* en *x*).

STUDIENUMMER

NAAM

c. Bepaal uit het antwoord bij vraag (b) de rotatie bij A en de doorbuiging in het midden M.

STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM

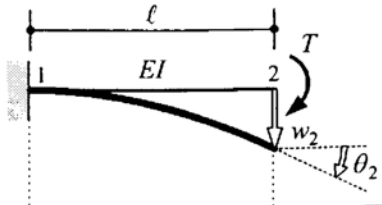
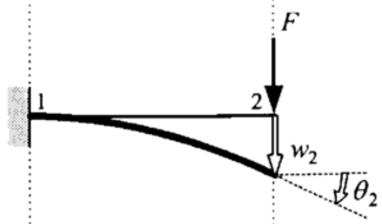
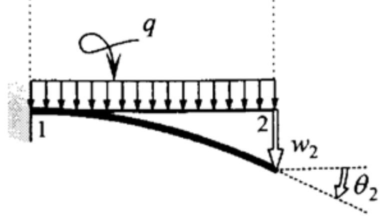
d. Bepaal nu de rotatie bij A en de doorbuiging in M door gebruik te maken van een andere methode: de methode van momentenvlakstellingen. Vergelijk cq. controleer het antwoord met het antwoord van vraag (c).

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

Vergeet-me-nietjes

(1)		$\theta_2 = \dfrac{T\ell}{EI}; \quad w_2 = \dfrac{T\ell^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \dfrac{F\ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \dfrac{F\ell^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \dfrac{q\ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \dfrac{q\ell^4}{8EI}$

vergeet-mij-nietjes

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER

NAAM Jan Rots

UITWERKINGEN

Antwoordformulier
CT1041 Constructiemechanica 2 5 ECTS
6 april 2010

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Tenzij anders vermeld wordt het **eigen gewicht van een constructie buiten beschouwing** gelaten.

Een blad met relevante **vergeet-me-nietjes** voor buigvervorming is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

Benut controlemogelijkheden om rekenfouten te vermijden.
Maak de opgaven in een volgorde naar eigen keuze.
Let op: er zijn **6 opgaven.**

vraag	score
1	
2	
3	
4	
5	
6	
totaal	

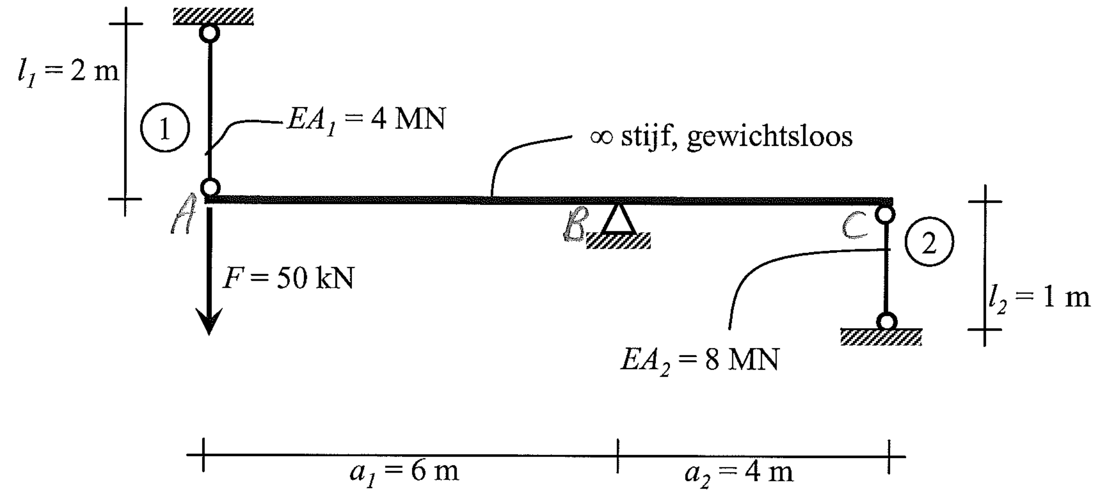
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

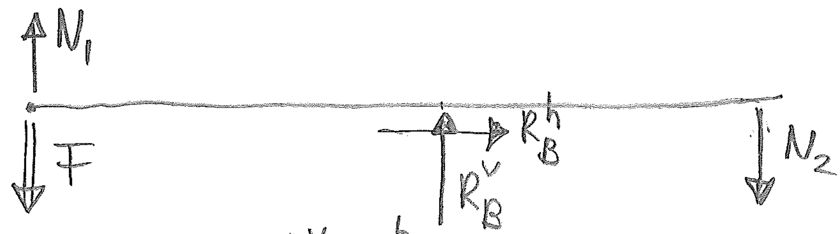
OPGAVE 1 (gewicht 1,3 - ongeveer 25 minuten)

Gegeven: Een volkomen stijve en gewichtsloze ligger is scharnierend opgelegd en aan de uiteinden verbonden met twee verticale staven "1" en "2". In onbelaste toestand is de ligger horizontaal. Overige gegevens zijn in onderstaande figuur aangegeven.



Bereken ten gevolge van kracht F
a. De verlenging Δl_1 van staaf "1"
b. De kracht N_2 in staaf "2"
c. De rek ε_2 in staaf "2"

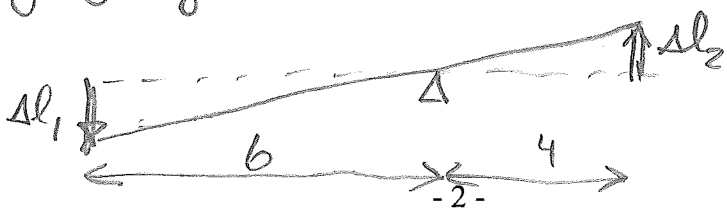
De constructie is statisch onbepaald.



4 onbekenden: N_1, N_2, R_B^v, R_B^h

3 evenwichtsvergelijkingen

extra vergelijking: kinematica stijve ligger



$$\frac{\Delta l_1}{6} = \frac{\Delta l_2}{4}$$

of $\Delta l_2 = \frac{2}{3} \Delta l_1$

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\ell_1 = \dfrac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1} \\ \Delta\ell_2 = \dfrac{N_2 \ell_2}{E_2 A_2} \\ \Delta\ell_2 = \frac{2}{3}\ell_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{N_2 \ell_2}{E_2 A_2} = \frac{2}{3}\frac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1}$$

$$\left.\begin{array}{l} N_2 = \dfrac{2}{3}\dfrac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1} \cdot \dfrac{E_2 A_2}{\ell_2} \\ \text{invullen waarden } \ell_1, \ell_2 \\ E_1 A_1 \text{ en } E_2 A_2 \end{array}\right\} \Rightarrow N_2 = \frac{8}{3} N_1 \quad \text{extra vgl}$$

Momentenevenwicht t.o.v. scharnier B:

$$\sum T|B = 0 \Rightarrow -50 \cdot 6 + N_1 \cdot 6 + N_2 \cdot 4 = 0$$

$$\Rightarrow -50 \cdot 6 + N_1 \cdot 6 + \frac{8}{3} N_1 \cdot 4 = 0 \Rightarrow N_1 = 18 \text{ kN trek}$$

$$N_2 = \frac{8}{3} \cdot 18 = 48 \text{ kN trek}$$

(a): $\Delta\ell_1 = \dfrac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1} = \dfrac{18 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^6} = 9$ mm (verlenging)

(b): $N_2 = 48$ kN (zie boven)

(c): $\varepsilon_2 = \dfrac{\Delta\ell_2}{\ell_2} = \dfrac{\frac{2}{3}\Delta\ell_1}{\ell_2} = \dfrac{\frac{2}{3} \cdot 9}{1000} = 6 \cdot 10^{-3} = 0{,}006 = 6‰$ (trek)

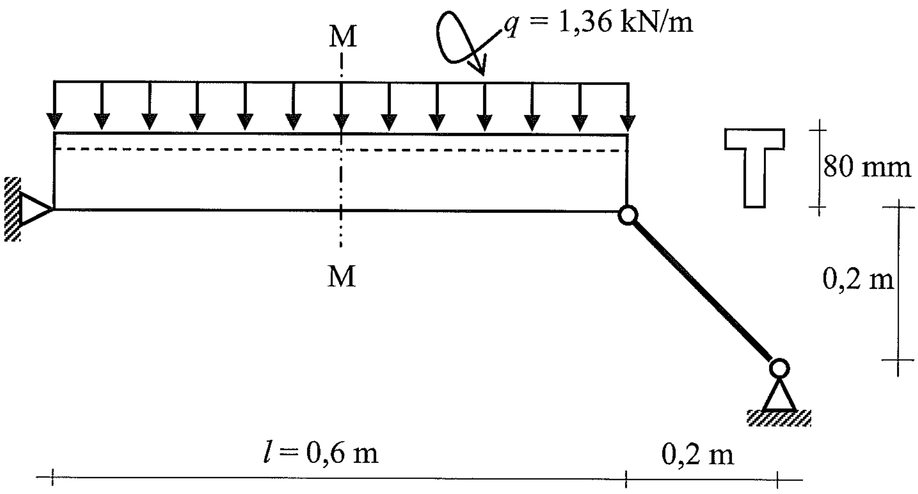
Technische Universiteit Delft

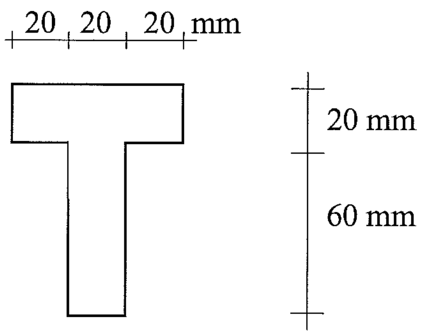
Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 2 (gewicht 2,2 - ongeveer 40 minuten)

Gegeven: Een T-vormige ligger met een gelijkmatig verdeelde belasting is excentrisch ondersteund door een scharnier linksonder en een pendelstaaf rechtsonder. Belasting, maten en doorsnede-afmetingen zijn in onderstaande figuur aangegeven.

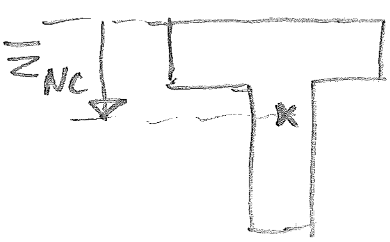




Gevraagd:

a. Bepaal de plaats van het normaalkrachtencentrum NC van de doorsnede.

t.o.v. bovenzijde:



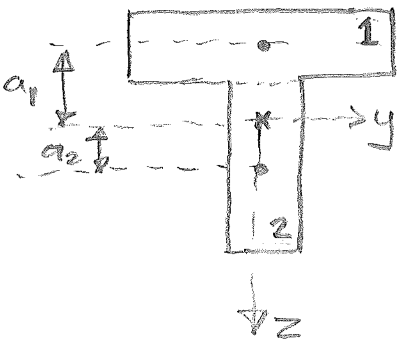
$$\bar{z}_{NC} = \frac{60 \cdot 20 \cdot 10 + 60 \cdot 20 \cdot 50}{60 \cdot 20 + 60 \cdot 20} = 30 \text{ mm}$$

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

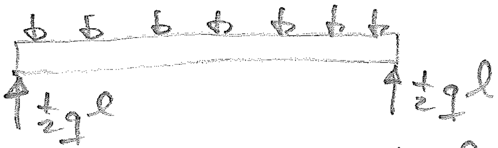
b. Bepaal het relevante traagheidsmoment van de doorsnede.



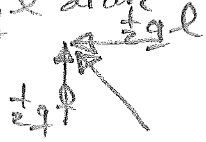
$$I_{zz} = I^{(1)}_{eigen} + a_1^2 \cdot A_1 + I^{(2)}_{eigen} + a_2^2 \cdot A_2$$
$$= \frac{1}{12} \cdot 60 \cdot 20^3 + 20^2 \cdot 60 \cdot 20$$
$$+ \frac{1}{12} \cdot 20 \cdot 60^3 + 20^2 \cdot 60 \cdot 20$$
$$= 1,36 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

c. Schets de normaalkrachtenlijn en de momentenlijn voor de ligger.

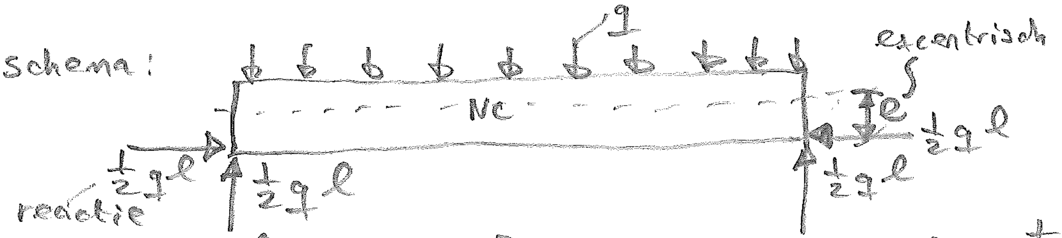
verticaal evenwicht ligger:



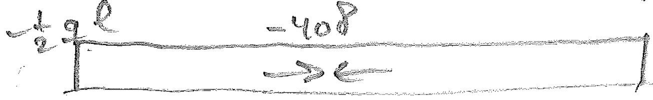
pendelstaaf rechtsonder, 45°:
⇒ ook horizontale kracht rechtsonder, $\frac{1}{2}ql$ druk



schema:



N-lijn:



$-\frac{1}{2}ql = -\frac{1}{2} \cdot 1,36 \cdot 10^3 \cdot 0,6 = -408$ N
druk

M-lijn:

M t.g.v. q

$\frac{1}{8}ql^2 = \frac{1}{8} \cdot 1,36 \cdot 10^3 \cdot 0,6^2 = 61,2$ Nm

+

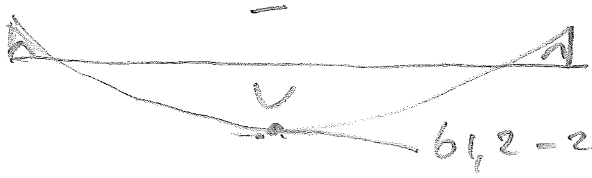
M t.g.v. excentrische drukkracht

$= \frac{1}{2}ql \cdot e = \frac{1}{2} \cdot 1,36 \cdot 10^3 \cdot 0,6 \cdot 50 \cdot 10^{-3}$

$= 20,4$ Nm

=

totaal:



$61,2 - 20,4 = 40,8$ Nm

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

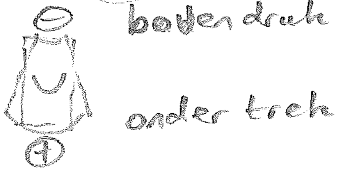
STUDIENUMMER
NAAM

d. Bereken de normaalspanning in de bovenvezel en de ondervezel ter plaatse van de middendoorsnede M-M, met het juiste teken voor trek en druk. Teken het normaalspanningsdiagram voor de middendoorsnede (het verloop over de hoogte, niet het ruimtelijk patroon). Schrijf de waarden en tekens erbij.

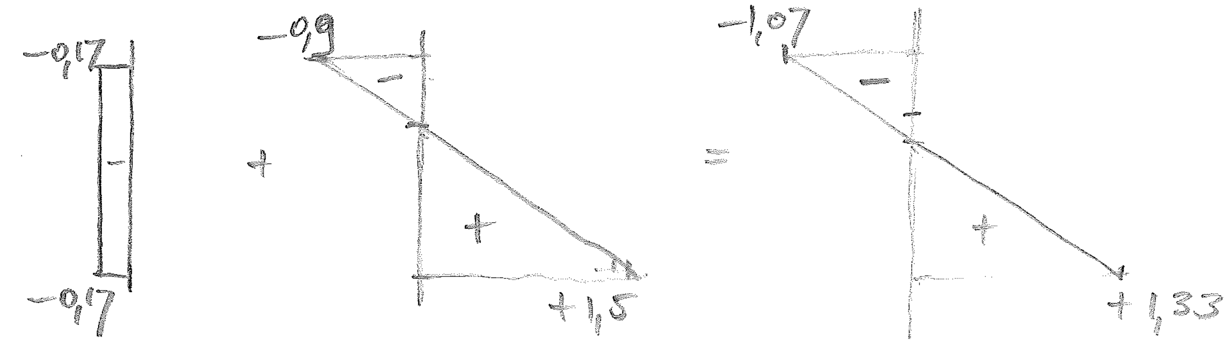
De twee momentenbijdragen mogen afzonderlijk of gezamenlijk worden beschouwd.

t.g.v. N : $\sigma = \frac{N}{A} = \frac{-408}{2 \cdot 60 \cdot 20} = -0{,}17 \ N/mm^2$

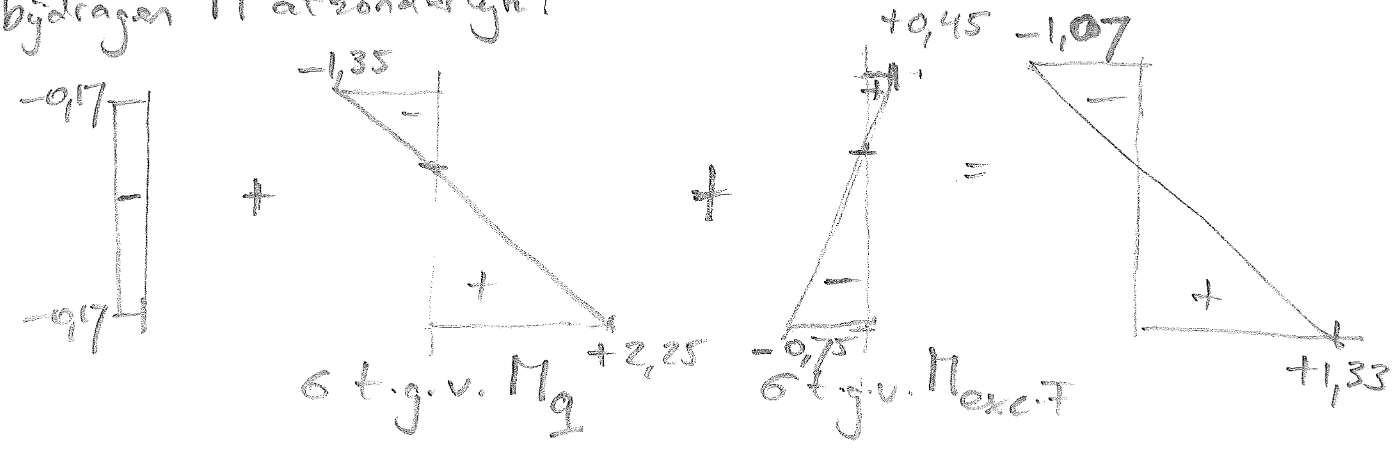
t.g.v. M : $\sigma_{boven} = -\left(\frac{M \cdot z_{boven}}{I}\right) = -\frac{40{,}8 \cdot 10^3 \cdot 30}{1{,}36 \cdot 10^6} = -0{,}9 \ N/mm^2$



$\sigma_{onder} = +\left(\frac{M \cdot z_{onder}}{I}\right) = +\frac{40{,}8 \cdot 10^3 \cdot 50}{1{,}36 \cdot 10^6} = +1{,}5 \ N/mm^2$



bijdragen M afzonderlijk:



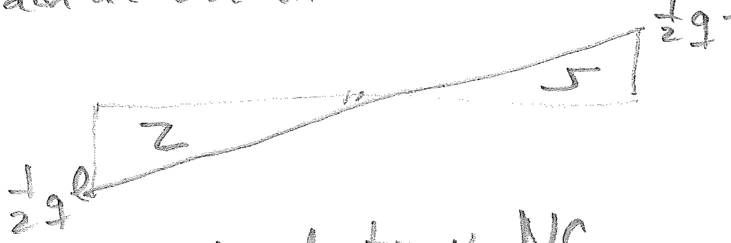
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

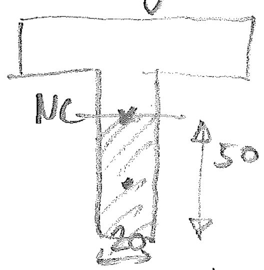
STUDIENUMMER
NAAM

e. Bereken de maximale schuifspanning in de ligger. Waar treedt deze op?

in langsrichting: maximaal waar maximale dwarskracht zit, aan de uiteinden



in dwarsrichting: maximaal t.p.v. NC



$$\left|\tau_{max}\right| = \left|\frac{V \cdot S_a}{b \cdot I}\right|$$

$V = \frac{1}{2}ql = 408\ N$

$S_a = (50 \cdot 20) \cdot 25 = 25 \cdot 10^3\ mm^3$

$b = 20\ mm$

$I = 1{,}36 \cdot 10^6\ mm^4$

$\tau_{max} = 0{,}375\ N/mm^2$

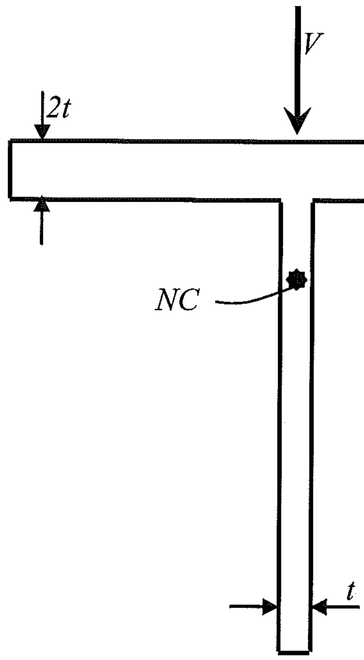
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 3 (gewicht 1,5 - ongeveer 25 minuten)

Gegeven: onderstaande *dunwandige* T-doorsnede, waarvan de flens twee maal zo dik is als het lijf. In de figuur zijn de diktes van lijf en flens overdreven weergegeven.
De doorsnede brengt een verticale dwarskracht V over. De plaats van het normaalkrachtencentrum NC is schematisch aangegeven.



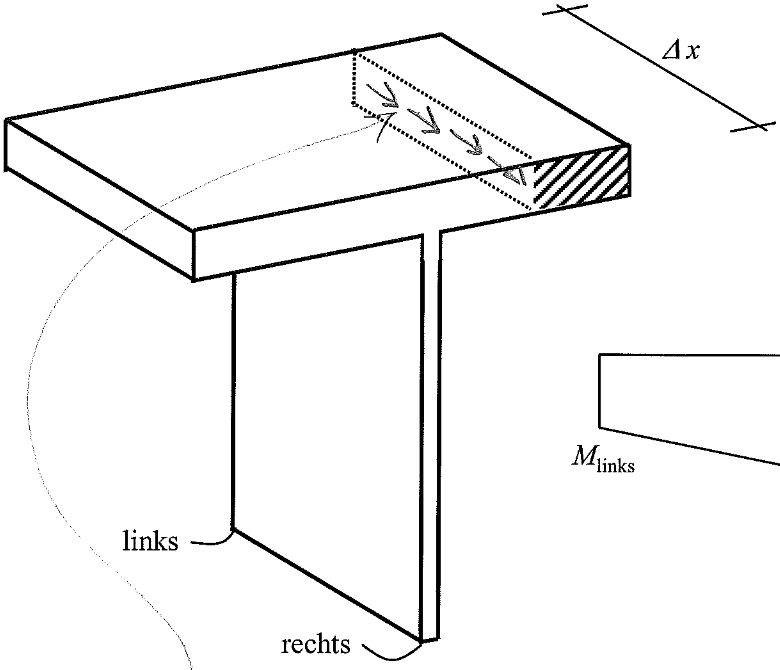
a. Verklaar, met een schets en maximaal 10 regels tekst, waarom er in de flenzen van het T-profiel *horizontale* schuifspanningen kunnen optreden ten gevolge van de *verticale* dwarskracht V.

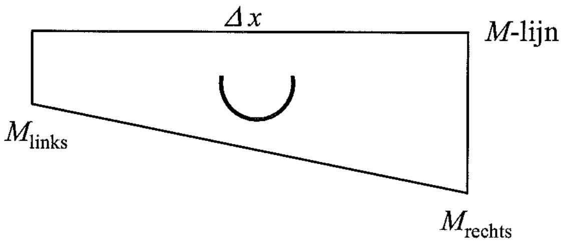
   Aanwijzing, zie onderstaande figuur: beschouw een mootje in langsrichting en stel een evenwichtsbeschouwing op voor het aangegeven deel van de flens, achter het gearceerde vlakje. Besef dat de verticale dwarskracht impliceert dat het buigend moment varieert zoals aangegeven.

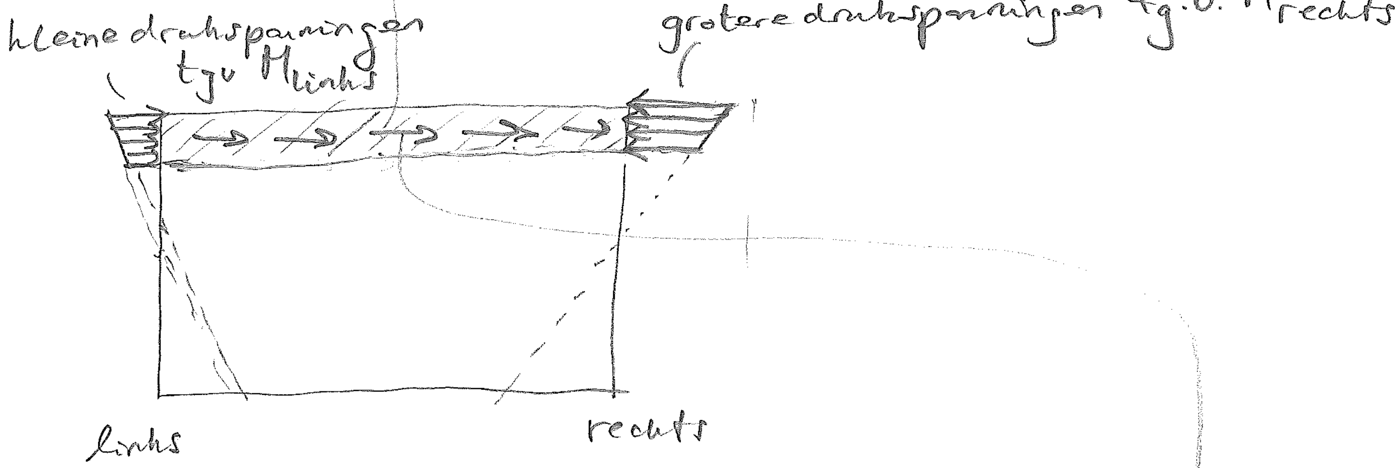
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

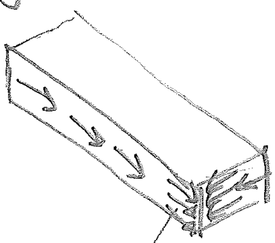


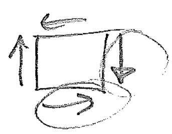




horizontale evenwicht gearceerde deel
⇒ er moet op het 'vlakje' een <u>horizontale schuifstroom</u> naar rechts lopen

3D plaatje:





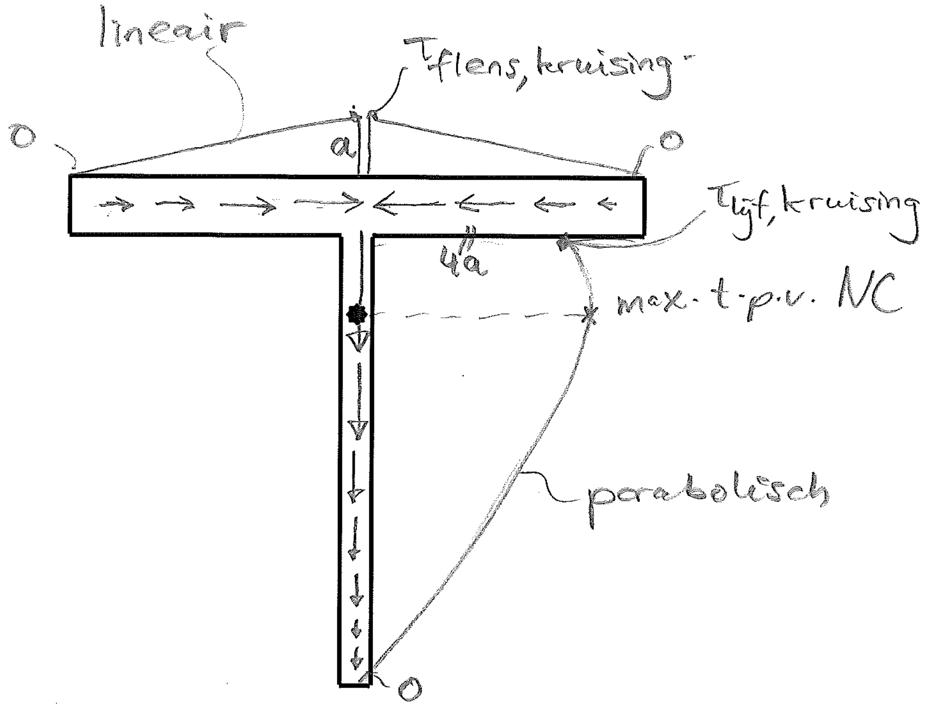
hier horizontale τ, dan ook op kopse vlakje horizontale τ, naar links

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

b. Schets het schuifspanningsdiagram voor de doorsnede. Teken er pijltjes bij die grootte en richting van de schuifspanningen aangeven. Geef aan waar het maximum zich bevindt en waar de schuifspanningen nul zijn. Geef bij de kruising van flens en lijf aan hoe de schuifspanningen net links en net rechts van de flens zich verhouden tot de schuifspanning net onder de flens.



instroom = uitstroom,

$$2 \cdot \tau_{flens,kruising} \cdot t_{flens} = \tau_{lijf,kruising} \cdot t_{lijf}$$

$$2 \cdot \tau_{flens,kruising} \cdot 2t = \tau_{lijf,kruising} \cdot t$$

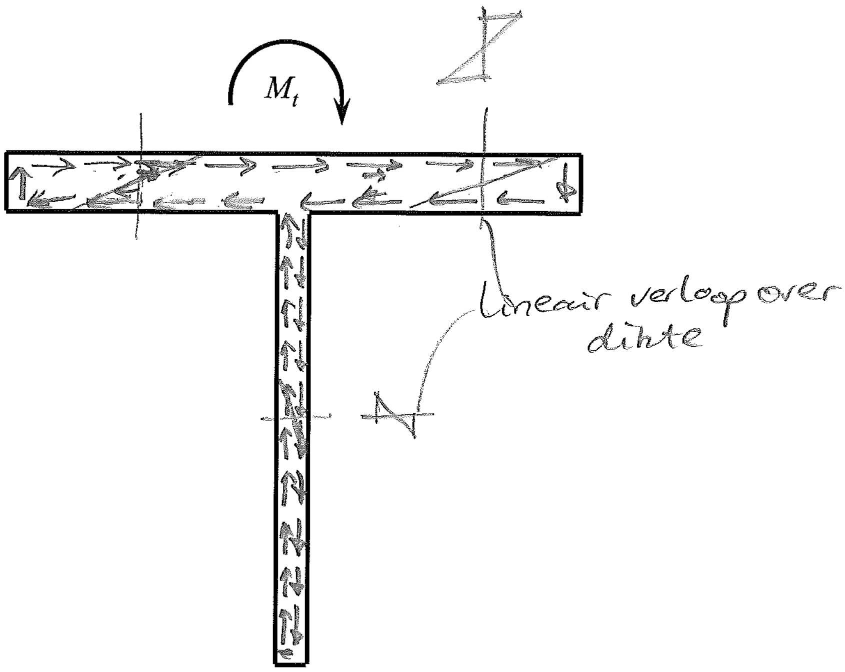
$$\tau_{lijf,kruising} = 4 \cdot \tau_{flens,kruising}$$

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

c. Dezelfde doorsnede wordt nu belast door een wringend moment (zonder dwarskracht). Schets het schuifspanningsverloop in de doorsnede bij dit wringend moment, met pijltjes. Beredeneer met beknopte tekst en uitleg waar de schuifspanning het grootst zal zijn: in de flens of in het lijf.



"open" doorsnede

schuifspanningen lopen "heen en terug" in de strippen

$$\tau = \frac{M_t \cdot e}{\frac{1}{2} I_t}$$

I_t is een constante voor de doorsnede,

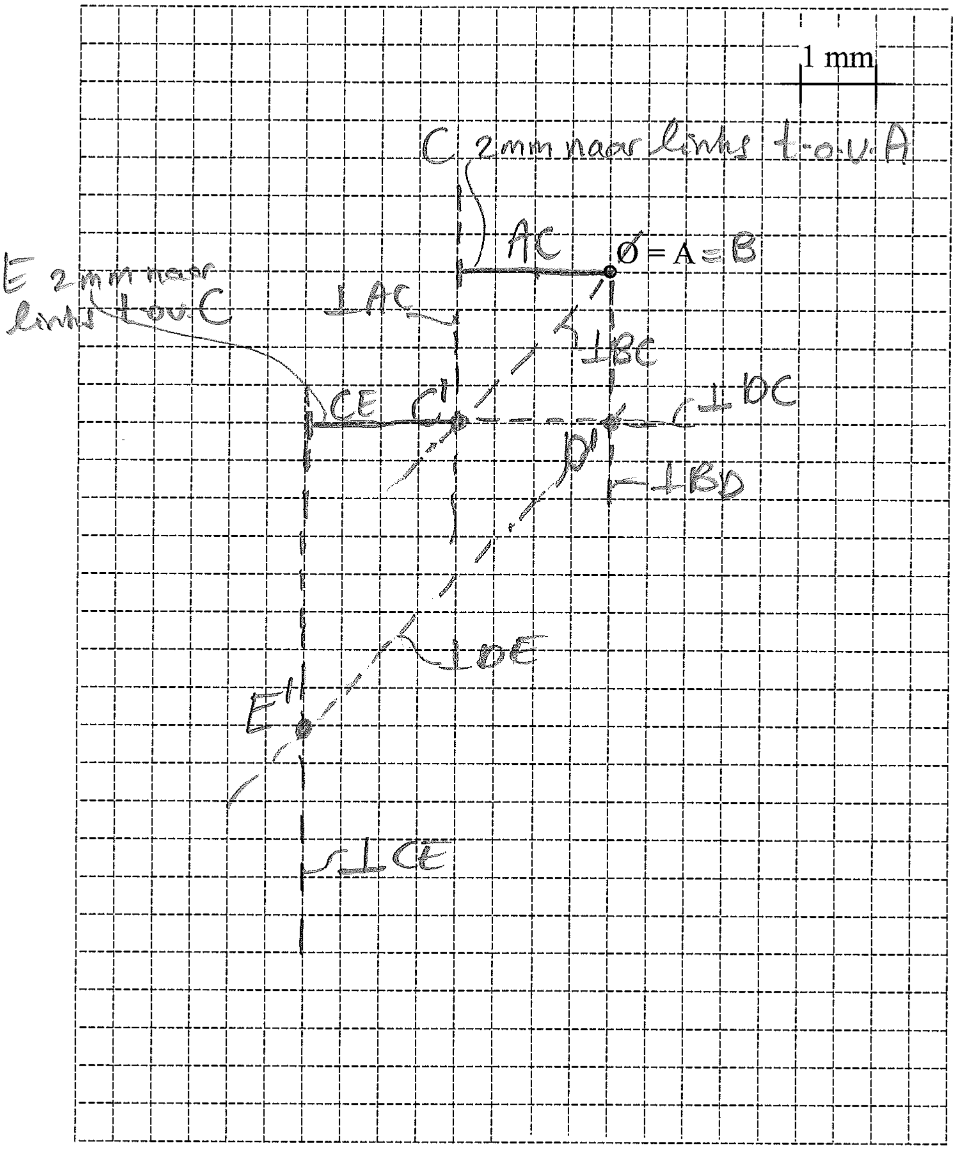
waar e het grootst is, is τ het grootst

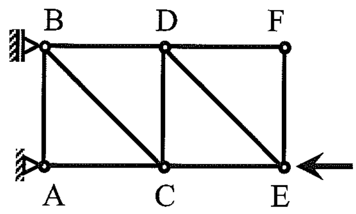
e in flens $= 2 \cdot e$ in lijf

dus τ in de flens is groter dan τ in het lijf

STUDIENUMMER
NAAM

c. Teken het Williot-diagram.





d. Verzamel de gevonden horizontale verplaatsing (u_h) en verticale verplaatsing (u_v) van de knopen D en F in onderstaande tabel. Geef met een pijltje de richting aan.

Knoop	u_h (mm)	u_v (mm)
D	0	2 ↓
F	0	6 ↓

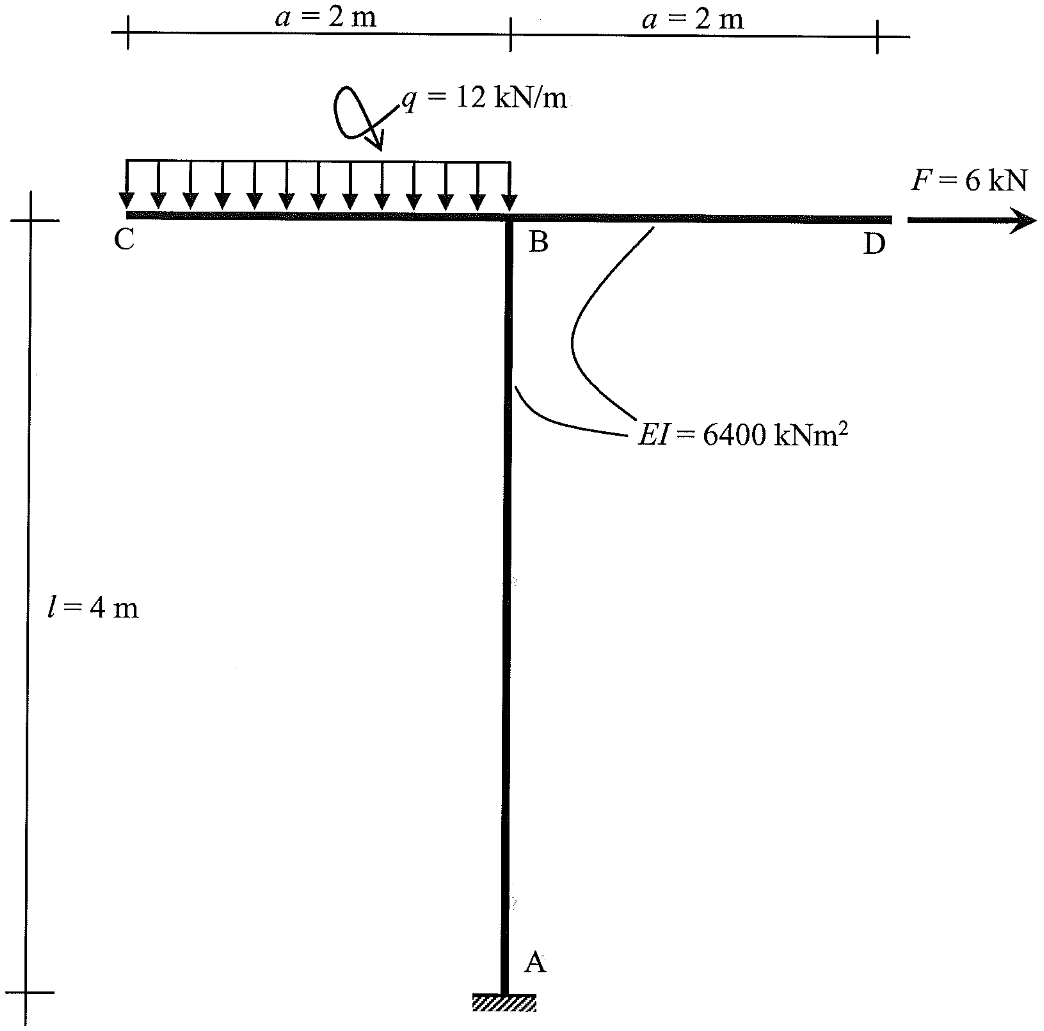
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 5 (gewicht 1,5 - ongeveer 25 minuten)

Gegeven: onderstaande constructie, opgebouwd uit kolom AB en balk CBD die momentvast zijn verbonden. De constructie is ingeklemd bij A en wordt belast door een verticale gelijkmatige verdeelde belasting en een horizontale puntlast als aangegeven. Maten en buigstijfheid EI zijn aangegeven. Normaalkrachtvervorming wordt verwaarloosd ten opzichte van buigvervorming. <u>De opgave dient te worden uitgewerkt met behulp van vergeet-me-nietjes.</u> Een blad met relevante vergeet-me-nietjes is toegevoegd aan dit antwoordformulier.



Gevraagd:

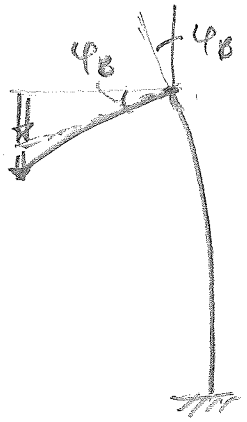
a. Bereken de rotatie van B. Geef met een pijltje aan of het linksom of rechtsom is.

STUDIENUMMER

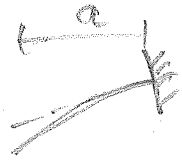
NAAM

voor ℓ hier a invullen

c. Bereken de verticale verplaatsing van C, in mm. Geef aan of deze omhoog of omlaag gericht is.



$$u_v^C = \varphi_B \cdot a \downarrow + \frac{q\ell^4}{8EI} \downarrow$$



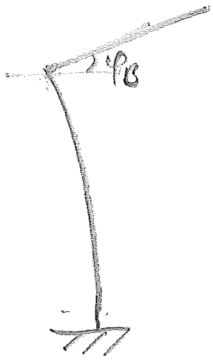
$$= 0{,}0075 \cdot 2 + \frac{12 \cdot 2^4}{8 \cdot 6400}$$

$$= 0{,}015 + 0{,}00375$$

$$= 0{,}01875 \text{ m}$$

$$= 18{,}75 \text{ mm} \downarrow$$

d. Bereken de verticale verplaatsing van D, in mm. Geef aan of deze omhoog of omlaag gericht is.



alleen kwispeleffect, geen buiging van BD

$$u_D^V = \varphi_B \cdot a \uparrow$$

$$= 0{,}0075 \cdot 2$$

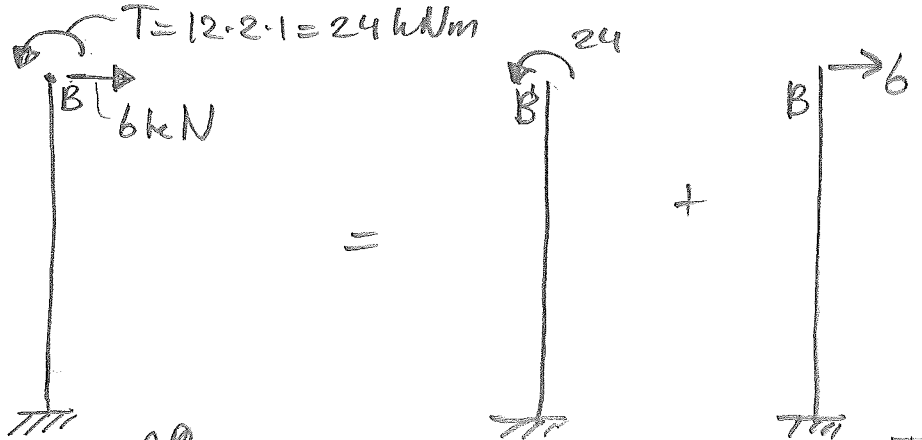
$$= 0{,}015 \text{ m}$$

$$= 15 \text{ mm} \uparrow$$

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM



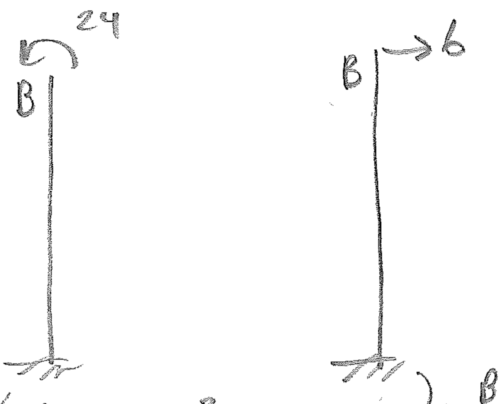
isoleer kolom AB
moment op B = $\frac{1}{2} q a^2$

$\varphi_B = \frac{Tl}{EI} = \frac{24 \cdot 4}{6400} = 0{,}015$ rad

$\varphi_B = \frac{Fl^2}{2EI} = \frac{6 \cdot 4^2}{2 \cdot 6400} = 0{,}0075$ rad

totaal: $\varphi_B = 0{,}0075$ rad

b. Bereken de horizontale verplaatsing van B, in mm. Geef aan of deze naar links of naar rechts gericht is.



$u_h^B = \frac{Tl^2}{2EI} = \frac{24 \cdot 4^2}{2 \cdot 6400} = 0{,}03$ m $= 30$ mm ←

$u_h^B = \frac{Fl^3}{3EI} = \frac{6 \cdot 4^3}{3 \cdot 6400} = 0{,}02$ m $= 20$ mm →

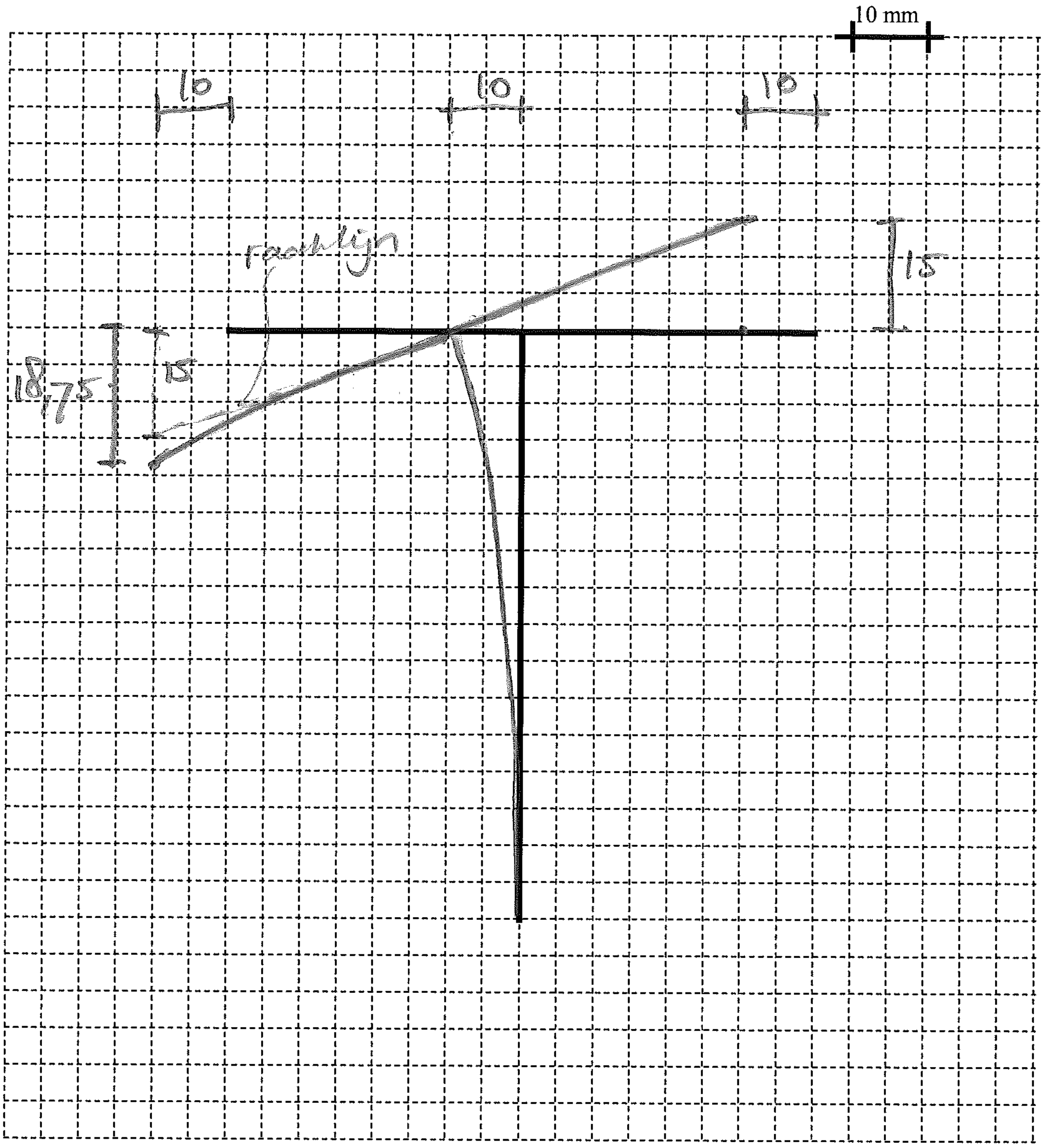
totaal: $u_h^B = 10$ mm ←

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

e. Teken de vervormde constructie in onderstaande figuur. Schrijf de maximale waarden er bij.



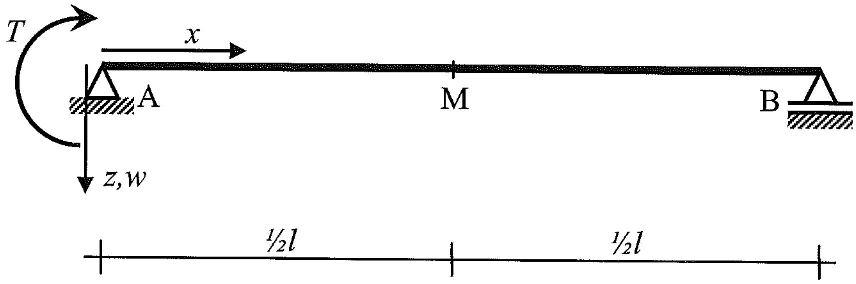
Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2
6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

STUDIENUMMER
NAAM

OPGAVE 6 (gewicht 2,0 – ongeveer 40 minuten)

Gegeven: een vrij opgelegde ligger AB, belast door een koppel *T* bij A. De buigstijfheid is *EI*. Maten en assenstelsel zijn aangegeven.



Gevraagd:

a. Schets de momentenlijn. Schrijf het moment *M* als een functie van *x* (een functie *M(x)* uitgedrukt in *T*, *l* en *x*).

$x=0: \; M=T$
$x=\ell: \; M=0$

dus $M(x) = T - T \cdot \frac{x}{\ell}$

b. Gegeven de differentiaalvergelijking voor buiging: $\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$. Bepaal de randvoorwaarden.

Los het verloop van de doorbuiging *w* als functie van *x* op (een functie *w(x)* uitgedrukt in *T*, *l*, *EI* en *x*).

randvoorwaarden: $x=0: \; w=0$
$x=\ell: \; w=0$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} = \frac{-T + \frac{T}{\ell}\cdot x}{EI} = +\frac{T}{EI\ell}\cdot x - \frac{T}{EI}$$

$$\frac{dw}{dx} = +\frac{1}{2}\frac{T}{EI\ell}x^2 - \frac{T}{EI}x + C_1$$

$$w = +\frac{1}{6}\frac{T}{EI\ell}x^3 - \frac{1}{2}\frac{T}{EI}x^2 + C_1 x + C_2$$

STUDIENUMMER
NAAM

$x=0:\ w=0 \Rightarrow 0=C_2$

$x=\ell:\ w=0 \Rightarrow 0=\frac{1}{6}\frac{T\ell^3}{EI\ell}-\frac{1}{2}\frac{T\ell^2}{EI}+C_1\ell+0$

$\Rightarrow C_1=-\frac{1}{6}\frac{T\ell}{EI}+\frac{1}{2}\frac{T\ell}{EI}$

$=+\frac{1}{3}\frac{T\ell}{EI}$

dus:

$$w(x)=\frac{1}{6}\frac{T}{EI\ell}x^3-\frac{1}{2}\frac{T}{EI}x^2+\frac{1}{3}\frac{T\ell}{EI}x$$

c. Bepaal uit het antwoord bij vraag (b) de rotatie bij A en de doorbuiging in het midden M.

$$\varphi=-\frac{dw}{dx}=-\frac{1}{2}\frac{T}{EI\ell}x^2-\frac{T}{EI}x+\frac{1}{3}\frac{T\ell}{EI}$$

$x=0 \Rightarrow \varphi_A=+\frac{1}{3}\frac{T\ell}{EI}$ ($\circlearrowleft$)

w_M:

$x=\frac{1}{2}\ell \Rightarrow w_M=\frac{1}{6}\frac{T}{EI\ell}\cdot(\frac{1}{2}\ell)^3-\frac{1}{2}\frac{T}{EI}(\frac{1}{2}\ell)^2+\frac{1}{3}\frac{T\ell}{EI}\cdot\frac{1}{2}\ell$

$=\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{8}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\right)\frac{T\ell^2}{EI}$

$=\left(\frac{1}{48}-\frac{1}{8}+\frac{1}{6}\right)\frac{T\ell^2}{EI}=\left(\frac{1}{48}-\frac{6}{48}+\frac{8}{48}\right)\frac{T\ell^2}{EI}$

$=\frac{3}{48}\frac{T\ell^2}{EI}=+\frac{1}{16}\frac{T\ell^2}{EI}$ ($\downarrow$)

Technische Universiteit Delft

Faculteit CiTG | **STUDIENUMMER** | **NAAM**

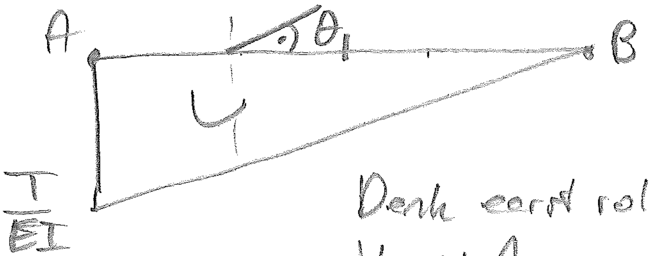
Tentamen CT1041 Constructiemechanica 2

6 april 2010 van 09.00-12.00 uur

---

d. Bepaal nu de rotatie bij A en de doorbuiging in M door gebruik te maken van een andere methode: <u>de methode van momentenvlakstellingen</u>. Vergelijk cq. controleer het antwoord met het antwoord van vraag (c).

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Tl}{EI}$$



Denk eerst rol B weg.

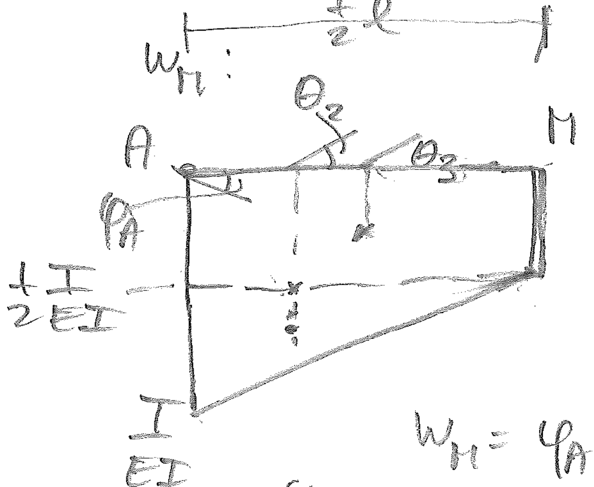
Vanuit A gezien: $w_B = \theta_1 \cdot \frac{2}{3} l \uparrow$

$$= \frac{1}{2}\frac{Tl}{EI} \cdot \frac{2}{3} l = \frac{1}{3}\frac{Tl^2}{EI} \uparrow$$

eis: $w_B = 0$ (rol)

$\Rightarrow$ terugdraaien met $\varphi_A = \frac{w_B}{l} = \frac{\frac{1}{3}\frac{Tl^2}{EI}}{l} = \frac{1}{3}\frac{Tl}{EI}$

Controle: vraag c ✓



$$\theta_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} l \cdot \frac{1}{2}\frac{T}{EI} = \frac{1}{8}\frac{Tl}{EI}$$

$$\theta_3 = \frac{1}{2} l \cdot \frac{1}{2}\frac{T}{EI} = \frac{1}{4}\frac{Tl}{EI}$$

$$\varphi_A = \frac{1}{3}\frac{Tl}{EI}$$

$$w_M = \varphi_A \cdot \frac{1}{2} l - \theta_2 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} l\right) - \theta_3 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} l\right)$$

($\downarrow = +$)

$$= \frac{1}{3}\frac{Tl}{EI} \cdot \frac{1}{2} l - \frac{1}{8}\frac{Tl}{EI} \cdot \frac{1}{3} l - \frac{1}{4}\frac{Tl}{EI} \cdot \frac{1}{4} l$$

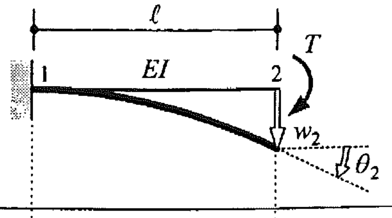
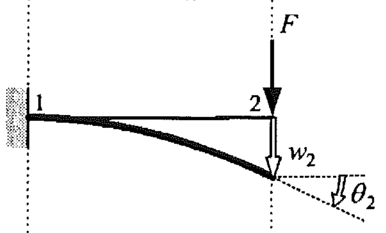
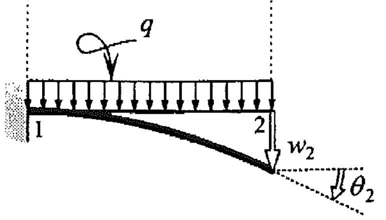
$$= \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{24} - \frac{1}{16}\right)\frac{Tl^2}{EI}$$

$$= \left(\frac{8}{48} - \frac{2}{48} - \frac{3}{48}\right)\frac{Tl^2}{EI} = \frac{1}{16}\frac{Tl^2}{EI} \; (\downarrow)$$

Controle: vraag c: ✓

STUDIENUMMER
NAAM

Vergeet-me-nietjes

(1)		$\theta_2 = \dfrac{T\ell}{EI}$; $w_2 = \dfrac{T\ell^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \dfrac{F\ell^2}{2EI}$; $w_2 = \dfrac{F\ell^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \dfrac{q\ell^3}{6EI}$; $w_2 = \dfrac{q\ell^4}{8EI}$

vergeet-mij-nietjes