

CTB1210 – Dynamica

April 2012 (D)
December 2012 (E)
April 2014

Januari 2015
April 2015
Januari 2016



Dynamica (CT1021) en
Eulerse Balansen zijn
samengevoegd tot
CTB1210.
Niet alle stof van (E)
wordt getoetst. Met een
* valt niet binnen de
stof van CTB.

**Tentamenbundel Civiele Techniek
Het Gezelschap "Practische Studie"**

EEN REPRODUCERENDE
LEERSTIJL
IS SCHADELIJK VOOR
DE ACADEMISCHE
VORMING



TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Civiele Techniek en
Geowetenschappen

TENTAMEN
CTB1210 DYNAMICA en MODELFORMING
d.d. 28 januari 2016 van 9:00 - 12:00 uur

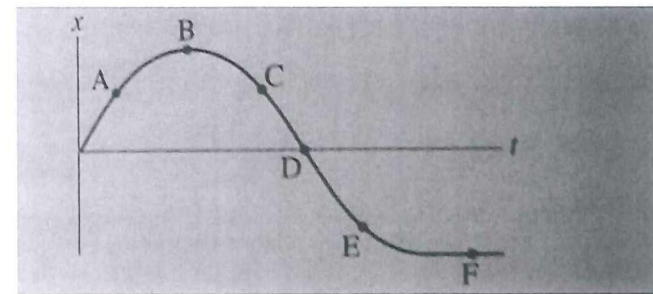
Let op:

- Voor uw antwoorden op de vragen van DEEL 1 (conceptuele vragen) gebruikt u het invulformulier.
- Voor DEEL 2 geeft u alleen het eindresultaat (getal en eenheid) aan; GEEN UITWERKINGEN. Gebruik hiervoor slechts 1 vel tentamenpapier.
- Voor elke opgave van DEEL 3 gebruikt u een NIEUW vel tentamenpapier. U wordt verwacht per opgave de hele uitwerking inclusieve eindresultaat (getal en eenheid) in te dienen.
- Vergeet niet uw naam, studienummer en het tentamendeel (deel 2 of deel 3) op ALLE door u ingeleverde vellen te vermelden.
- Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven.
- U mag dit tentamen meenemen
- Het gebruik van een standaard (grafische) rekenmachine en van het formuleblad uit het boek van Hibbeler is toegestaan.
- Ontbrekende formules staan in de bijlage.

Deel 1: Conceptuele vragen (gebruik het invulformulier)

Opgave 1 [1 punt]. Een voorwerp beweegt rechtlijnig in richting x (positief naar rechts). In onderstaand figuur ziet u het plaats-tijd schema. In welke punt c.q. punten

- beweegt het voorwerp het langzaamst?
- beweegt het voorwerp naar links?
- verandert het voorwerp zijn richting?



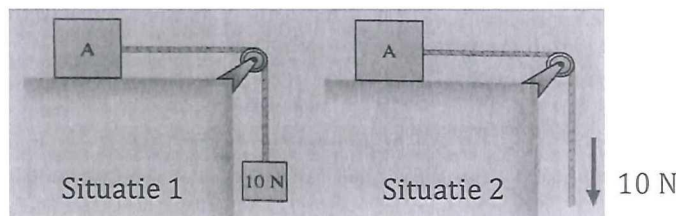
Opgave 2 [1 punt]. Stel u drukt een boek tegen de muur hard genoeg zodat het niet beweegt. Wijst de wrijvingskracht op het boek

- in richting van de muur?
- in richting van u?
- omhoog?
- omlaag?
- of is er geen wrijvingskracht?

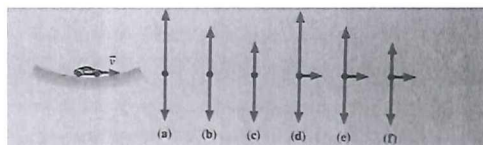
Opgave 3 [1 punt]. In situatie 1 beweegt blok A als gevolg van een gewicht van 10 N. In situatie 2 beweegt blok A als gevolg van een constante trekkraft van 10 N. De massa van de kabel en van de pulley en alle wrijvingskrachten kunnen worden verwaarloosd. De versnelling van blok A in situatie 2 is

- groter
- kleiner
- gelijk

aan de versnelling van blok A in situatie 1.



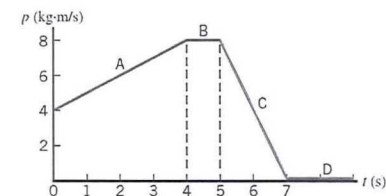
Opgave 4 [1 punt]. Een auto rijdt zonder brandstof een berg omlaag, door een dal en aan de andere kant weer omhoog. U ziet 6 vrijlichaamschema's. Welk vrijlichaamschema is correct op het laagste punt van de baan? Lucht- en rolweerstandskrachten zijn verwaarloosbaar.



Opgave 5 [1 punt]. Twee puntmassa's (massa m_A en massa m_B) botsen tegen elkaar; de ene was voor de botsing in beweging, de andere in rust.

- Is het mogelijk dat beide puntmassa's vlak na de botsing in rust zijn? Geef een voorbeeld waar dit kan gebeuren of verklaar waarom dit niet kan gebeuren.
- Is het mogelijk dat één van de puntmassa's vlak na de botsing in rust is? Geef een voorbeeld waar dit kan gebeuren of verklaar waarom dit niet kan gebeuren.

Opgave 6 [1 punt]. Een puntmassa beweegt langs de positieve x-as en onderstaand figuur toont de impuls p als functie van de tijd t . Een kracht (die ook nagenoeg nul kan zijn) werkt tijdens de beweging op de puntmassa. Welke van de volgende antwoorden ik correct?



- de absolute waarde van de kracht is het grootst in B, het kleinst in D
- de absolute waarde van de kracht is het grootst in C, het kleinst in B
- de absolute waarde van de kracht is het grootst in A, het kleinst in D
- de absolute waarde van de kracht is het grootst in C, het kleinst in A
- de absolute waarde van de kracht is het grootst in A, het kleinst in C

Opgave 7 [1 punt]. Een bowlingbal rolt zonder slip met constante snelheid. Welke percentage van zijn totale kinetische energie is translatieenergie?

- 50%
- 71%
- 46%
- 29%
- 33%

Opgave 8 [1 punt]. Een man zit op een stoel, die met constante hoeksnelheid roteert (verwaarloos wrijving). Op een gegeven moment laat de man de twee halters vallen. Welke van de 4 antwoorden is correct?



- a. De hoeksnelheid verandert niet.
- b. De hoeksnelheid neemt af, maar de man blijft wel roteren.
- c. De hoeksnelheid neemt heel snel af naar 0 rad/s.
- d. De hoeksnelheid neemt toe.

Opgave 9 [2 punten]. Een puntmassa beweegt langs een willekeurige baan. Op de puntmassa werkt een kracht F . De arbeid, die tegen F wordt verricht wanneer de puntmassa van positie r_1 naar positie r_2 beweegt, is gedefinieerd als

$$U_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

Bewijs dat de arbeid gelijk is aan nul, wanneer F altijd loodrecht staat op de baan.

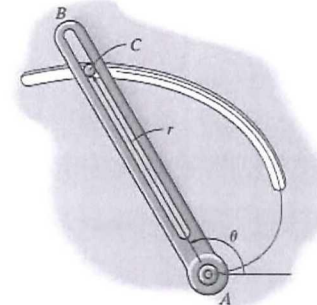
Opgave 10 [2 punten]. De 1^e bewegingsvergelijking voor een star lichaam is

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}_G$$

Uitgaande van deze vergelijking, bewijs dat de stoot van F over een tijdsinterval $[t_1, t_2]$ gelijk is aan de verandering van zijn lineaire impuls over hetzelfde tijdsinterval.

Deel 2 Rekenopgaven (gebruik het invulformulier)

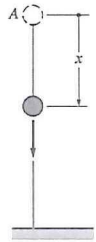
Opgave 1 : Pen C wordt aangedreven door de stang AB langs een spiraalvormige groef die beschreven wordt door $r = 1.5\theta$ (m), met θ in radialen. De stang begint vanuit rust ($t=0$ s, $\theta=60^\circ$) met een hoeksnelheid van $\omega = 4t$ (rad/s) te roteren, met t de tijd in seconden. Bereken op het tijdstip $t=1$ s op twee decimalen achter de komma:



- A (1 punt). De radiale component van de snelheidsvector van C (in m/s).
- B (2 punten). De transversale component van de snelheidsvector van C (in m/s).
- C (1 punt). De radiale component van de versnellingsvector van C (in m/s²).
- D (1 punt). De transversale component van de versnellingsvector van C (in m/s²).

Opgave 2

Een bal met massa m wordt vanuit rust in het punt A losgelaten en valt naar beneden. Rekening houdend met een luchtweerstandskracht van $F_D = cv$, met v de snelheid van de bal, is de vergelijking voor de positie $x(t)$ van de bal (g is de zwaartekrachtversnelling)



$$x(t) = \frac{mg}{c} \left(t - \frac{m}{c} + \frac{m}{c} \cdot e^{-\frac{c}{m}t} \right)$$

A (1 punt). Herleid een formule voor de snelheid v van de bal.

B (2 punten). Gebruik het resultaat uit A om te verklaren waarom $\frac{mg}{c}$ de "eindsnelheid" wordt genoemd.

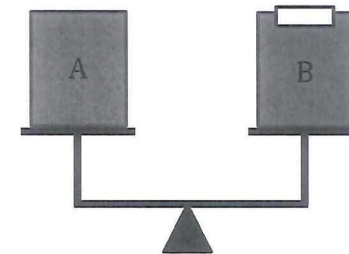
C (1 punt). Herleid een formule voor de versnelling a van de bal als functie van t .

D (2 punten). Gebruik het resultaat uit C om te bepalen wat de maximale versnelling van de bal is.

E (2 punten). Herleid een formule voor de versnelling a van de bal als functie van zijn snelheid v .

Opgave 3

Twee identieke glazen worden tot de rand gevuld met water. In de ene glas zit alleen water en in de andere drijft een ijsblokje. De inhoud van elk glas is 1 liter, de dichtheid van water is 1 kg/liter, de dichtheid van ijs is 0.91 kg/liter, de zwaartekrachtversnelling is 9.81 m/s² en het volume van het ijsblokje is 5 cm³.



A (2 punten). We noemen m_A de massa van het glas A inclusieve inhoud (alleen water) en m_B de massa van glas B inclusieve inhoud (water en ijsblokje). Bereken de waarde van m_A / m_B op twee decimalen achter de komma.

B (2 punten). Hoeveel van het volume van het ijsblokje bevindt zich onder water? Geef het antwoord aan in % van het volume van het ijsblokje, d.w.z.,

$$100 \cdot \frac{\text{volume ijs onder water}}{\text{volume ijsblokje}}$$

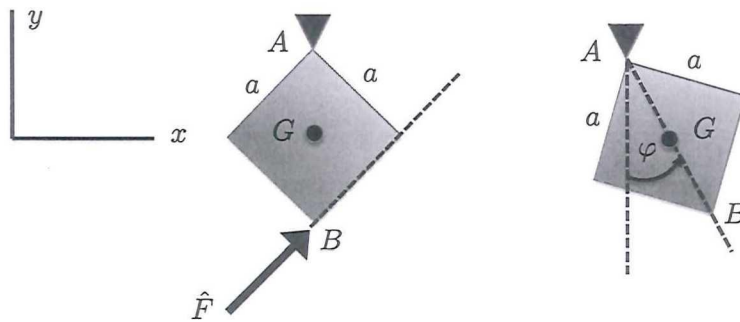
C (1 punt). Het ijsblokje smelt. Wat gebeurt er met de waterhoogte in glas B:

- a. blijft gelijk
- b. stijgt
- c. daalt

Deel 3 Rekenopgaven (uitwerking inleveren)

Opgave 1

Een kwadratische plaat (massa $m = 4$ kg, lengte $a = 0.50$ m, traagheidsmoment om zijn massamiddelpunt G , $I_G = \frac{1}{6} m a^2$) is in A opgehangen (zie figuur). Op een gegeven moment ervaart de plaat een impulsieve kracht, die een stoot $\hat{F} = 2$ Ns in de aangegeven richting veroorzaakt (zie figuur).



A (2 punten). Bereken de hoeksnelheid van de plaat vlak na de impact, ω_0 (in rad/s op 2 decimalen achter de komma).

B (1 punt). Stel $\omega_0 = 5$ rad/s. Bereken de lineaire snelheid van G (in m/s op twee decimalen achter de komma) vlak na de impact.

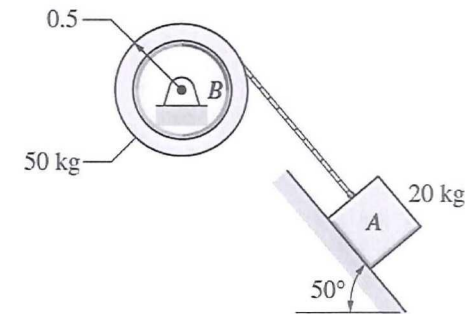
C (3 punten). Stel $\omega_0 = 5$ rad/s. Bereken de reactiestoot in de pin A (in Ns op 2 decimalen achter de komma) en de hoek (in graad, op 1 decimaal achter de komma), die deze maakt met de x-as.

D (2 punten). Stel $\omega_0 = 5$ rad/s. Na de impact roteert de plaat om pin A (zie rechter figuur). Herleidt de bewegingsvergelijking van de plaat in de vorm $\ddot{\phi} = \ddot{\phi}(\phi)$. Neem hierbij aan dat de wrijvingskrachten in de pin A kunnen worden verwaarloosd.

E (2 punten). Stel $\omega_0 = 5$ rad/s. Bereken de maximale hoek $\phi_{\max}$, die de verbindingsslijn A-B maakt met de verticale richting (in graad op 2 decimalen achter de komma). Additionele informatie: Het antwoord op vraag D is hiervoor NIET nodig.

Opgave 2

Een touw is om een katrol B (massa $m_k = 50$ kg, straal $R = 0.5$ m, traagheidsmoment om zijn massamiddelpunt $I = \frac{1}{2} m_k R^2$) gewikkeld en verbonden met een blok A (massa $m = 20$ kg) (zie figuur). Het systeem wordt vanuit rust losgelaten. De kinetische wrijvingscoëfficiënt tussen blok en ondergrond is $\mu_k = 0.3$.

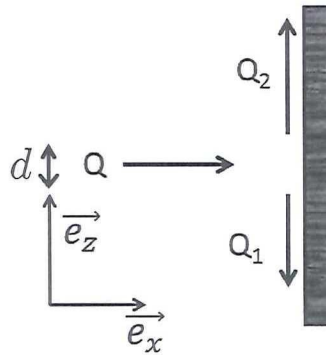


A (3 punten). Bereken de versnelling van blok A vlak na het loslaten (in m/s² op twee decimalen achter de komma).

B (3 punten). Stel de versnelling van blok A vlak na het loslaten is 2.80 m/s². Bereken de snelheid van blok A nadat hij 1 m naar beneden is gegleden.

Opgave 3

Een plaat breekt een waterstraal in tweeën. De diameter van de inkomende waterstraal is d (m). De snelheid van het water in deze straal is v (m/s) en de richting van de snelheidsvector is gelijk aan $\mathbf{e}_x$, d.w.z. $\mathbf{v} = v \mathbf{e}_x$. De debieten (in m^3/s) gerelateerd aan de stralen worden Q , Q_1 en Q_2 genoemd, zoals aangegeven in onderstaande figuur. Het vloeistof is wrijvingsloos en de zwaartekracht wordt verwaarloosd.



A (1 punt). Geef een uitdrukking aan voor de massastroom (kg/s) van de inkomende straal als functie van v , d en de dichtheid van het water, ρ_{water} .

B (1 punt). Geef aan van welke eigenschap van een vloeistof in vraag A gebruikt is gemaakt.

C (4 punten). Bewijs m.b.v. de wetten van behoud van massa, impuls en energie (Bernoulli) dat $Q_1 = Q_2 = Q/2$.

D (1 punt). Geef aan welke aannames gemaakt moeten worden bij het oplossen van vraag C.

E (2 punten). Herleidt m.b.v. de wetten van behoud van massa, impuls en energie (Bernoulli) een formule voor de kracht, die het **water** uitoefent op de **plaat** als functie van Q , v en ρ_{water} .

F (1 punt). Geef de hoek aan (in graad, op twee decimalen achter de komma), die de in opgave E berekende kracht maakt met de x-as.

Invulformulier (alleen voor Deel 1 – conceptuele vragen)

Opgave 1 (vul in)

- a. het voorwerp beweegt het langzaamst in ... B, F
- b. het voorwerp beweegt naar links in ... C, D, E
- c. het voorwerp verandert van richting in ... B

Opgave 2 (geef het juiste antwoord)

omhoog

Opgave 3 (geef het juiste antwoord)

gelijk

Opgave 4 (geef het juiste antwoord)

b

Opgave 5

Vraag a. Tijdens de botsing van twee puntmassa's geldt de wet van behoud van impuls. De som van de impuls van het stelsel van twee puntmassa's vlak voor de botsing is van nul verschillend. Dus moet hetzelfde ook na de botsing gelden. Hieruit volgt dat beide puntmassa's vlak na de botsing niet in rust kunnen zijn.

Opgave 5

Vraag b. Ja, dat is mogelijk. Stel $v_B=0$ en $m_A=m_B = m$ en stel we hebben te maken met een elastische botsing. Dan geldt

Impulsbehoud: $mv_A = m(\bar{v}_A + \bar{v}_B)$ restitutiecoëfficiënt: $1 = \frac{\bar{v}_B - \bar{v}_A}{v_A - v_B}$

Oplossen van beide vergelijkingen levert: $\bar{v}_A = 0$, $\bar{v}_B = v_A$

Opgave 6 (geef het juiste antwoord)

De absolute waarde van de kracht is het grootst in C en het kleinst in B (dus antwoord b).

Opgave 7 (geef het juiste antwoord)

71% (antwoord b)

Opgave 8 (geef het juiste antwoord)

Er geldt de wet van behoud van impulsmoment omdat er geen uitwendige momenten op het stelsel werken. Op het moment dat de man de halters laat vallen, neemt zijn traagheidsmoment af, dus moet zijn hoeksnelheid toenemen. Antwoord d.

Opgave 9 (herleid)

$$U_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

$$\mathbf{F} = F_t \mathbf{e}_t + F_n \mathbf{e}_n, d\mathbf{r} = ds \mathbf{e}_t$$

$$\Rightarrow U_{12} = \int_{s_1}^{s_2} F_t ds$$

Indien $F_t = 0$ volgt hieruit $U_{12} = 0$.

Opgave 10 (herleid)

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}_G \Rightarrow \hat{\mathbf{F}} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} m \mathbf{a}_G dt$$

$$= m \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} \mathbf{v}_G dt = m \int_{t_1}^{t_2} d\mathbf{v}_G = m(\mathbf{v}_G(t_2) - \mathbf{v}_G(t_1))$$

$$= \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1$$

A $v_r = \dot{r} = (1.5 \cdot \theta)^{\cdot} = 1.5 \cdot \dot{\theta} = 1.5 \cdot \omega = 6 \cdot t$

$v_r(t=1) = 6.00 \text{ m/s}$

B $v_\theta = r \cdot \dot{\theta} = 1.5 \cdot \theta \cdot \dot{\theta}$. Het $\omega = \dot{\theta} = 4 \cdot t$ volgt

$\theta = 2t^2 + C$; $\theta(t=0) = 60^\circ = \pi/3 \Rightarrow C = \pi/3$ en

$\theta = 2t^2 + \pi/3$. $\theta(t=1) = 2 + \pi/3 \text{ rad}$.

$\Rightarrow v_\theta = 1.5 \cdot (2 + \pi/3) \cdot 4 = \underline{\underline{18.28 \text{ m/s}}}$

C $a_r = \ddot{r} - r \cdot \dot{\theta}^2 = 4 - 1.5(2 + \pi/3) \cdot 4^2 = \underline{\underline{-67.13 \text{ m/s}^2}}$

D $a_\theta = 2\dot{r}\dot{\theta} + r \cdot \ddot{\theta} = 2 \cdot 4 \cdot 4 + 1.5(2 + \pi/3) \cdot 4$
 $= \underline{\underline{56.28 \text{ m/s}^2}}$

Tentamen jan' 2016 Opjove 2 deel 2

$$x(t) = \frac{mg}{c} \left(t - \frac{m}{c} + \frac{m}{c} \cdot e^{-\frac{c}{m}t} \right)$$

A $v(t) = \dot{x}(t) = \underline{\underline{\frac{mg}{c} \left(1 - e^{-\frac{c}{m}t} \right)}}$

B $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \underline{\underline{\frac{mg}{c}}}$

C $a(t) = \dot{v}(t) = -\frac{mg}{c} \left(-\frac{c}{m} \right) \cdot e^{-\frac{c}{m}t} = \underline{\underline{g \cdot e^{-\frac{c}{m}t}}}$

D As $e^{-\frac{c}{m}t} > 0$ and maximum at $t=0$, the maximum acceleration is $\underline{\underline{a_{max} = g}}$.

E $a(t) = g \cdot e^{-\frac{c}{m}t}$; $v(t) = \frac{mg}{c} \left(1 - e^{-\frac{c}{m}t} \right) = \frac{mg}{c} \left(1 - \frac{a}{g} \right)$

$\Rightarrow 1 - \frac{a}{g} = \frac{c}{mg} v$ ofwel $\underline{\underline{a = g - \frac{c}{m} v}}$

Opgave 3 :

A

In glas A: $m_A = 1 \text{ kg/L} \cdot 1 \text{ L} = 1 \text{ kg}$.

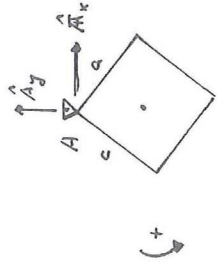
In glas B: de som van de krachten die uitgeoefend wordt op het ijsblokje is nul (ijsblokje bezinkt niet) dus $m_{ijs} g = \rho_{ijs} V g = \rho_{water} V_{onder} g = m_{onder} g$ waar V_{onder} is het volume *ijs* die zich onder water bevindt en V het totaal volume van het ijsblokje. De massa m_{onder} is de massa *water* die overeenkomt met het volume V_{onder} . Dus $m_{ijs} = m_{onder}$.

$m_b = 1 \text{ kg/L} \cdot 1 \text{ L} + m_{ijs} - m_{onder} = 1 \text{ kg}$.

Hieruit volgt dat: $m_A / m_B = 1,00$

B Van hierboven: $V_{onder} / V = \rho_{ijs} / \rho_{water}$ dus **91%** bevindt zich onder water

C (xx punten). Waterhoogte in glas B **blijft gelijk** omdat door het smelten er m_{ijs} *water* geproduceerd wordt. We weten (zie vraag A) dat $m_{ijs} = \rho_{water} V_{onder}$ dit betekend dat het volume V_{onder} nu helemaal gevuld is met water.



$\beta = 45^\circ$

A Stootmoment-impulsmoment relatie om A (raaikeuze punt; alleen impulsieve krachten!)

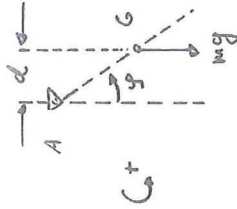
$$\begin{aligned} \sum \hat{M}_A &= \hat{F} \cdot a = \hat{I}_G \cdot \dot{\omega}_0, \quad \dot{\omega}_0 = \text{hoeveelheid veler na de impact} \\ \Rightarrow \dot{\omega}_0 &= \frac{\hat{F} \cdot a}{\hat{I}_G} = \frac{\hat{F} \cdot a}{\frac{1}{2} m a^2} = \frac{6 \hat{F}}{m a} = 1200 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

B $\omega_0 = 1200 \text{ rad/s}$. Veler na de impact veler G om A. De lineaire snelheid van G is dan $v_G = \omega_0 \cdot a / \sqrt{2} = 1,77 \text{ m/s}$

C Stoot-impuls relatie (alleen impulsieve krachten)

$$\begin{aligned} \sum \hat{F}_x &= \hat{A}_x + \hat{F} \cdot \cos \beta = m \cdot v_{G,x} \\ \Rightarrow \hat{A}_x &= m v_G - \hat{F} \cdot \cos \beta = 5,67 \text{ N.s} \\ \sum \hat{F}_y &= \hat{A}_y + \hat{F} \cdot \sin \beta = 0 \\ \Rightarrow \hat{A}_y &= -\hat{F} \cdot \sin \beta = -1,41 \text{ N.s} \end{aligned}$$

Keebsteut $\hat{A} = \sqrt{\hat{A}_x^2 + \hat{A}_y^2} = 5,83 \text{ N.s}$

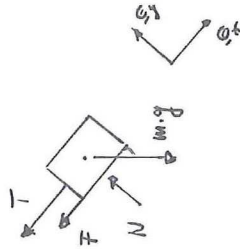
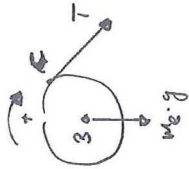


2e bewegingsvergelijking: $\sum M_A = mg \cdot d = \hat{I}_G \cdot \alpha$
 uit geometrie: $d = \frac{d}{2} \cdot \sin \varphi = \frac{d}{2} \cdot \sin \varphi$
 $\Rightarrow \alpha = \ddot{\varphi} = \frac{mg \cdot d}{\hat{I}_G} = \frac{mg \cdot a}{\frac{1}{12} m a^2} \sin \varphi = \frac{12g}{a} \cdot \sin \varphi$

E Welke van behoud van meer energie: $v_1 + \bar{v}_1 = v_2 + \bar{v}_2$
 tijdstip 1: veler na impact
 tijdstip 2: mcr. veler v_{mcr}
 $v_1 = 0, \quad \bar{v}_1 = \frac{1}{2} \hat{I}_A \cdot \omega_0^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m a^2 + m \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2 \right) \cdot \omega_0^2$
 $= \frac{3}{2} m a^2 \omega_0^2$

$$\begin{aligned} v_2 &= mg \cdot R = 0 \\ \bar{v}_2 &= 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} m a^2 \omega_0^2 &= mg \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} (1 - \cos \varphi_{mcr}) \\ \cos \varphi_{mcr} &= 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{a}{g} \cdot \omega_0^2 = 1 - 0,6007 \\ \varphi_{mcr} &= 66,46^\circ \end{aligned}$$

Tentamen jui 2016, deel 3, opgave 2



hoekwet van de krachten, α :

$$T \cdot R = I \cdot \alpha = \frac{1}{2} m R^2 \alpha \Rightarrow T = \frac{1}{2} m g R \alpha$$

bew. vel van blok A:

$$\sum \vec{F}_x = -T + mg \sin \beta = m \cdot \ddot{x}$$

$$\sum \vec{F}_y = N - mg \cos \beta = 0 \Rightarrow N = mg \cos \beta$$

$$F = f_k \cdot N = f_k \cdot mg \cos \beta$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \ddot{x} &= (-f_k \cos \beta + \sin \beta) \cdot g - \frac{I}{m} \\ &= g (\sin \beta - f_k \cos \beta) - \frac{1}{2} \frac{m g}{m} R \alpha \end{aligned}$$

omdat C en A met dezelfde lineaire versnelling bewegen geldt: $\ddot{x} = -\omega \cdot R$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \ddot{x} &= g (\sin \beta - f_k \cos \beta) - \frac{1}{2} \frac{m g}{m} \cdot \ddot{x} \\ \ddot{x} &= \frac{g (\sin \beta - f_k \cos \beta)}{1 + \frac{1}{2} \frac{m g}{m}} = \frac{2 m}{2 m + m g} \cdot g (\sin \beta - f_k \cos \beta) \end{aligned}$$

De versnelling van blok A, $\ddot{x}$, is dus constant. Tijds- de hele beweging:

A: $\ddot{x} = \underline{\underline{2,50 \text{ m/s}^2}}$

B: stel $\ddot{x} = a_0 = \text{constant}$.

$$\rightarrow \dot{x}(t) = a_0 \cdot t + C ; \quad \dot{x}(t=0) = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$\dot{x}(t) = a_0 \cdot t$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 + C ; \quad x(t=0) = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2$$

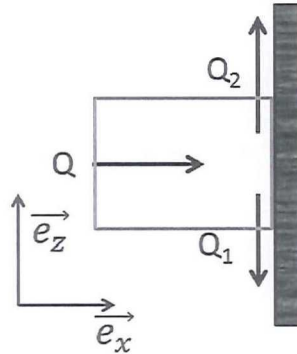
$$x(t) = x_0 = 1 \text{ m} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x_0}{a_0}}$$

$$\rightarrow \dot{x}(t) = a_0 \cdot t = \sqrt{2x_0 a_0} = \underline{\underline{2,32 \text{ m/s}}}$$

energie: $\ddot{x} = a_0 \rightarrow \dot{x} d\dot{x} = a_0 dx$

$$\frac{1}{2} \dot{x}^2 = a_0 \cdot x \rightarrow \dot{x} = \sqrt{2 \cdot a_0 \cdot x}$$

Opgave 6 :



A –

$$Q = d(V)/dt = S v = \pi(d/2)^2 v$$

$(dm/dt) = \rho_{\text{water}} Q = \rho_{\text{water}} \pi(d/2)^2 v$ [hier hebben we gebruik gemaakt van het feit dat de vloeistof onsamendrukbaar is]

B1

behoud van massa: binnen het fictief groen doosje wordt geen massa verloren dus:

$0 = (dm/dt) - (dm_1/dt) - (dm_2/dt)$, waar m is massa die binnenkomt en m_1, m_2 massa's die naar buiten gaan.

We nemen aan dat de dichtheid van water constant is, dus hangt niet van de tijd af:

$$0 = (dm/dt)/\rho_{\text{water}} - (dm_1/dt)/\rho_{\text{water}} - (dm_2/dt)/\rho_{\text{water}}$$

$$0 = ([dm/\rho_{\text{water}}]/dt) - ([dm_1/\rho_{\text{water}}]/dt) - ([dm_2/\rho_{\text{water}}]/dt)$$

$$0 = Q - Q_1 - Q_2$$

Hieruit volgt: $Q = Q_1 + Q_2$

Als we S de oppervlakte definiëren: $S = \pi(d/2)^2$ en: $S v = S_1 v_1 + S_2 v_2$

(sommige studenten zouden het zo kunnen schrijven)

wet van behoud van energie (Bernoulli)

aanname 1: de druk is overal de hydrostatische luchtdruk P_0

aanname 2: de zwaartekracht speelt geen rol, dus de snelheden hangen niet af van de hoogte.

aanname 3: stroming stationair (de snelheid hangt niet van de tijd af) en onsamendrukbaar

$$0.5 \rho v_1^2 + P_0 + \rho g z = 0.5 \rho v_2^2 + P_0 + \rho g z = 0.5 \rho v_2^2 + P_0 + \rho g z$$

Hieruit volgt: $v = v_1 = v_2$

Behoud van impuls:

$$0 = d(mv)/dt - d(m_1 v_1)/dt - d(m_2 v_2)/dt + F$$

waar F de kracht is die uitgeoefend is door de plaat op het fictief doosje (dus op water).

Volgens de z-as:

$$0 = 0 + d(m_1 v_1)/dt - d(m_2 v_2)/dt + F_z$$

De enige kracht uitgeoefend op de plaat komt van de druk van het water, in de richting die normaal is aan de plaat, hier dus een kracht volgens e_x . Door deze symmetrie, $F_z = 0$, en we vinden dat: $d(m_1 v_1)/dt = d(m_2 v_2)/dt$, ofwel (stationaire stroming): $v_1 d(m_1)/dt = v_2 d(m_2)/dt$

We hebben al gevonden dat $v_1 = v_2$ en hieruit volgt dat: $d(m_1)/dt = d(m_2)/dt$ dus $Q_1 = Q_2$

Dankzij wet van behoud van massa gegeven hierboven, vinden we dat: $Q_1 = Q_2 = Q/2$.

B2 –

Behoud van impuls

Volgens de x-as:

$$0 = d(mv)/dt + 0 - 0 + F_{\text{plaat} \Rightarrow \text{water}}$$

Dankzij de 3de wet van Newton:

$$F_{\text{water} \Rightarrow \text{plaat}} = - F_{\text{plaat} \Rightarrow \text{water}} = -d(mv)/dt = -v d(m)/dt = -v \rho_{\text{water}} Q$$

In vector notatie: $F_{\text{water} \Rightarrow \text{plaat}} = -v \rho_{\text{water}} Q e_x$

TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Civiele Techniek en
Geowetenschappen

TENTAMEN
CTB1210 DYNAMICA en MODELFORMING
d.d. 16 april 2015 van 9:00 - 12:00 uur

Let op:

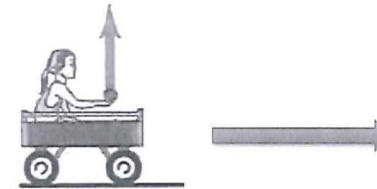
- Voor de antwoorden op de conceptuele vragen gebruikt u de invulformulieren.
- Voor de rekenopgaven in deel 2 moet u het eindresultaat (getal en eenheid) invullen op de invulformulieren.
- Voor de rekenopgaven in deel 3 moet u de hele uitwerking inclusief eindresultaat (getal en eenheid) indienen.
- Vergeet niet uw naam en studienummer op ALLE door u ingeleverde bladen te vermelden
- Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven.
- U mag dit tentamen meenemen
- Het gebruik van een standaard (grafische) rekenmachine en van het formuleblad uit het boek van Hibbeler is toegestaan.

Deel 1: Conceptuele vragen (gebruik het invulformulier)

Vraag 1 [1/2 punt]. Vergelijk de versnelling van een motorrijder die van 80 km/u naar 90 km/u versnelt met de versnelling van een fietser die van 0 km/u naar 10 km/u versnelt in dezelfde tijd.

Vraag 2 [1/2 punt]. Een kind zit recht op een karretje, die met constante snelheid naar rechts beweegt. Het kind strekt haar hand uit en gooit een appel vanuit haar gezien recht naar boven. Stel dat luchtweerstand wordt verwaarloosd. Valt de appel dan

- a. achter het karretje
- b. in het karretje
- c. voor het karretje



Vraag 3 [1/2 punt]. Een zwaar vrachtauto bots met een kleine sportwagen.

- a. Welk auto ervaart de grootste kracht ?
- b. Welk auto ervaart de grootste versnelling ?
- c. Noem in a. en b. welke van de drie wetten van Newton van toepassing is om het juiste antwoord te vinden.

Vraag 4 [1 punt]. Je kleine zus zit op een slee. Stel de ondergrond is horizontaal. Als je minimale kracht wilt uitoefenen om de slee te bewegen, moet je de slee dan drukken of trekken ? [109]

Vraag 5 [1 punt]. Een auto heeft een snelheid van 60 km/u en kan over een afstand van 20 m tot stilstand worden gebracht. Indien de auto met een snelheid van 120 km/u rijdt, naar welke afstand komt de auto dan tot stilstand (neem aan dat de remkracht onafhankelijk is van de snelheid).

- a. 20 m
- b. 40 m
- c. 60 m
- d. 80 m
- e. 180 m

Vraag 6 [1/2 punt]. Een licht object en een zwaar object hebben dezelfde kinetische energie. Welke object heeft een groter impuls?

- a. het lichte object
- b. het zwaare object
- c. beide objecten hebben dezelfde lineaire impuls

Vraag 7 [1/2 punt]. Stel er is een migratie van heel veel mensen in richting van de evenaar. Welke invloed heeft dit op de lengte van de dag?

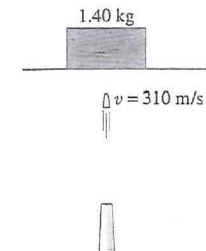
- a. geen invloed
- b. de lengte van de dag neemt toe
- c. de lengte van de dag neemt af

Vraag 8 [1 punt]. Een wiel roteert vrij om een verticale as met een constante hoeksnelheid. Kleine delen van het wiel komen plotseling los en vliegen weg. Welke van de volgende stellingen is correct?

- a. de hoeksnelheid van het wiel neemt af
- b. de hoeksnelheid van het wiel neemt toe
- c. de hoeksnelheid verandert niet
- d. er is behoud van impulsmoment
- e. het impulsmoment verandert
- f. er is behoud van kinetische energie
- g. kinetische energie verandert

Deel 2 Rekenopgaven (gebruik het invulformulier)

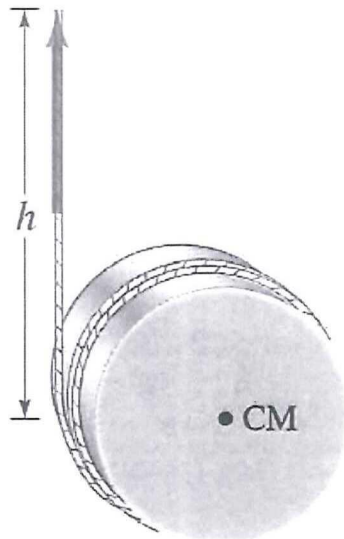
Opgave 1. Een kogel (massa $m = 21.0$ g, snelheid $v = 310$ m/s) wordt verticaal in een niet-bewegende, houden blok (massa $M = 1.40$ kg) geschoten. De kogel blijft in het houden blok zitten.



A (x punten). Wat is de snelheid van de blok (in m/s) onmiddellijk naar de impact?

B (x punten). Hoe hoog (in m) beweegt de blok? [237]

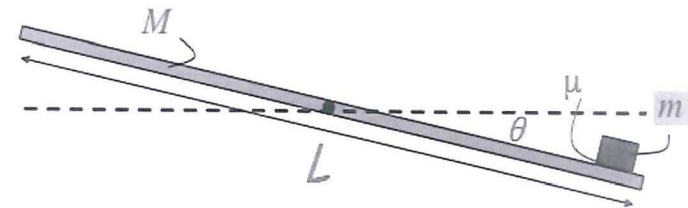
Opgave 2. Een koord zit om een homogene cilinder (massa M , straal R , massamiddelpunt CM). De cilinder begint vanuit rust naar beneden te vallen. Valversnelling g .



- A (x punten). Geef de formule aan voor de versnelling (a) van de cilinder.
 B (x punten). Geef de formule aan voor de spankracht (T) in het koord.

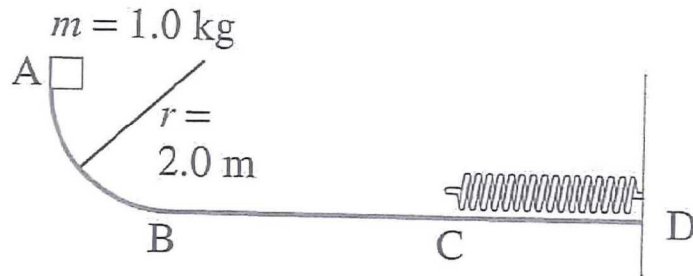
Deel 3 Rekenopgaven (uitwerking inleveren)

Opgave 4. Een blok (massa $m = 4$ kg) ligt op een ligger (massa $M = 12$ kg, lengte $L = 4$ m). Het geheel wordt vanuit rust bij $\theta = 0^\circ$ losgelaten. De statische wrijvingscoëfficiënt tussen blok en ligger is $\mu = 0.6$. De valversnelling is $g = 9.81$ m/s².



- A (3 punten). Bereken de hoekversnelling (in rad/s²) van de ligger op het moment $\theta = 0^\circ$.
 B (3 punten). Bij welke hoek (in graad) begint het blokje te schuiven?

Opgave 5. Onderstaande figuur toont een baan. Het wrijvingsloos onderdeel A-B is een kwadrant van een cirkel met straal $r = 2.0 \text{ m}$. Het deel B-C is horizontaal met een lengte van 3 m en een kinetische wrijvingscoëfficiënt van $\mu_k = 0.25$. Het deel C-D onder de veer is wrijvingsloos. Een blok met massa $m = 1 \text{ kg}$ wordt heft in A en snelheid van 2 m/s . Hij beweegt langs de baan van A naar B en C, raakt de veer in C en drukt deze maximaal 0.20 m in.



- A (x punten). Bereken de snelheid van de blok (in m/s) in B.
 B (x punten). Bereken de arbeid in N die de wrijvingskracht verricht als de blok van B naar C beweegt.
 C (x punten). Bereken de snelheid van de blok (in m/s) in C.
 D (x punten). Bereken de veerconstante k van de spring (in N/m).

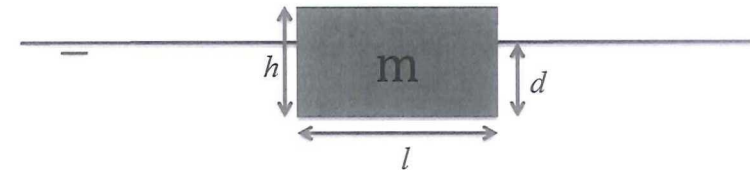
Opgave 7 (Bij deze opgave werkt u in symbolen).

Een blok hout met massa m en afmetingen b, l, h drijft in stilstaand water met dichtheid ρ zoals weergegeven in de figuur.

A (2 punten). Hoe groot is de afstand d waarmee het blok in het water steekt?

Wanneer er even kort op het midden van het blok in verticale richting geduwd wordt, gaat het blok in verticale richting op-en-neer bewegen. We verwaarlozen hierbij de effecten van vloeistofwrijving.

B (2 punten). Wat is de periode tijd waarmee het blok op-en-neer gaat bewegen rondom de evenwichtspositie? Schrijf hiertoe eerst de bewegingsvergelijking op voor de beweging van het blok ten opzichte van de evenwichtspositie uit vraag A.



Antwoorden, deel 1

Vraag 1:

Gemiddelde versnelling: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Motorrijder: $\bar{a}_m = \frac{10 \text{ km/h}}{0.5 \text{ s}}$

Pietier: $\bar{a}_p = \frac{10 \text{ km/h}}{0.5 \text{ s}}$ $\Rightarrow$ de versnellingen zijn gelijk.

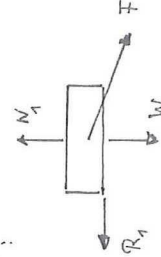
Vraag 2:

De appel valt in het laatste (antwoord b.) Argumentatie: in een coördinatenstelsel dat vast is beneden is met het laatste, beweegt het meisje niet en heeft de appel alleen een horizontale beweging $\Rightarrow$ appel valt even in het handje van het meisje.

Vraag 3:

- de krachten zijn even groot en tegengesteld
- de kleine spantwegen, zodat zijn meer kleine is dan de meer van de vrachtaut
- 3e wet van Newton voor vraag a; 2e wet van Newton voor vraag b.

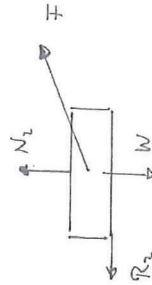
Vraag 4:



$$F = \mu_k \cdot N_1; i=1,2$$

$$N_2 < N_1 \Rightarrow \text{je moet de vrie trekken}$$

$$\Rightarrow R_2 < R_1$$



Vraag 5:

$$s = \frac{1}{2} a t^2; v = a \cdot t \Rightarrow s = \frac{v^2}{2a}$$

$$v = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}, a = 20 \text{ m} \Rightarrow a = 5.94 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \Rightarrow s = \frac{v^2}{2a} = 80 \text{ m}$$

$\Rightarrow$ antwoord d.

Vraag 6:

$$\text{Stel } m_1 > m_2. T = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\Rightarrow v_1 = v_2 \cdot \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} < v_2$$

$$p_1 = m_1 \cdot v_1; p_2 = m_2 \cdot v_2$$

$$p_1 = m_1 \cdot v_2 \cdot \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \sqrt{m_1 \cdot m_2} \cdot v_2 > m_2 \cdot v_2 = p_2$$

$\Rightarrow$ het zwaar object heeft een grotere impuls (antwoord b.)

Vraag 7:

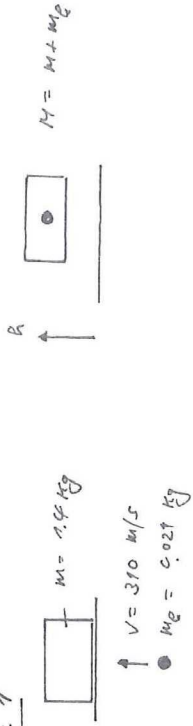
Behoud van impulsmoment. Toegedraaid moment neemt toe. Wanneer meer in richting van de evenaar schuift $\Rightarrow$ de hoeksnelheid neemt af $\Rightarrow$ de lengte van de dag neemt toe. (antwoord b.)

Vraag 8:

De volgende stellingen zijn correct: b, e, g.

Deel 2, opgaven

Opgave 1



Vraag A: Behoud van impuls

$$m_B \cdot v + 0 = (m + m_B) \cdot \bar{v}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = v \cdot \frac{m_B}{m + m_B}$$

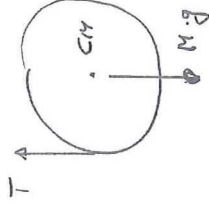
$$\bar{v} = 4.58 \text{ m/s}$$

Vraag B: Behoud van mechanische energie

$$\frac{1}{2} (m + m_B) \cdot \bar{v}^2 = (m + m_B) \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{\bar{v}^2}{2g} = 1.07 \text{ m}$$

Opgave 2



1^e Bewegingsvergelijking: $\sum F = Mg$ $\downarrow +$

$$-T + Mg = Mg \quad (1)$$

2^e Bewegingsvergelijking: $\sum \tau = I_{CM} \cdot \alpha$ $\curvearrowright +$

$$T \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \alpha \quad (2)$$

Geen slip: tussen cilinder en touw $\Rightarrow$ pure rollen $\Rightarrow$ verband tussen hoekversnelling α en lineaire versnelling a :

$$a = \alpha \cdot R \quad (3)$$

Vraag A: ~~(1)~~

(3) in (2): $T \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \frac{a}{R} = \frac{1}{2} MRa$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} Ma \quad (4)$$

(1) in (1): $-\frac{1}{2} Ma + Mg = Ma$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{3} g \quad (5)$$

Vraag B:

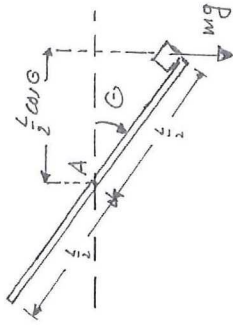
(5) in (4): $T = \frac{1}{2} M \cdot \frac{2}{3} g = \frac{1}{3} Mg$

Deel 3 reken opgaven

Opgave 4

Vraag A: 2^e bewegingsvergelijking van het stelsel ligge + start.

$$\sum M_A = I_A \cdot \alpha \quad (A \text{ is pivotpunt!})$$



$$+ \quad mg \cdot \frac{l}{2} \cos \theta = I_A \cdot \alpha \quad (1)$$

+ roterendmoment van het stelsel ligge + start om A:

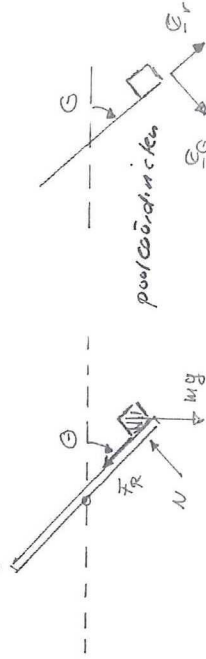
$$I_A = \frac{1}{12} M l^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \cdot m = \frac{l^2}{12} (M + 3m) \quad (2)$$

(1) opgelost naar α en met (2):

$$\alpha = \frac{6}{l} \cdot \frac{mg}{M + 3m} \cos \theta \quad (3)$$

$$\theta = 4^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{6}{l} \cdot \frac{mg}{M + 3m} = \underline{\underline{2,75 \text{ rad/s}^2}}$$

Vraag B: Behoud van mechanische energie. Een vergelijking van ω ; de oplossing vul je dan uit de bewegingsvergelijking van het stelsel en (3).



Stokje schuift met:

$$\sum F_R = m(\ddot{r} - r\omega^2) = -mr\omega^2$$

$$\sum F_G = m(2\ddot{r}\omega + r\alpha) = m r \alpha$$

$$\text{met } r = \frac{l}{2}$$

$$\Rightarrow \mathcal{O}_r: mg \sin \theta - F_R = -m \cdot \frac{l}{2} \omega^2 \quad (4)$$

$$\mathcal{O}_G: mg \cos \theta - N = m \cdot \frac{l}{2} \alpha \quad (5)$$

(4) en (5) zijn 2 vergelijkingen met 3 onbekenden (α is ook bekend uit opgave A). $\Rightarrow$ we zoeken een vergelijking van ω . ω volgt uit behoud van mechanische energie van het stelsel ligge + start.

toestand 1: $\theta = 0$; Rotatie energie = 0

toestand 2: $\theta > 0$; Rotatie energie = 0

toestand 2: $\theta > 0$; Rotatie energie

$$T = \frac{1}{2} I_A \omega^2$$

potentiële energie

$$V = -mg \frac{l}{2} \sin \theta$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{1}{2} I_A \omega^2 - mg \frac{l}{2} \sin \theta$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{12 \frac{g}{l} \cdot m}{M + 3m} \cdot \sin \theta \quad (6)$$

$$(6) \text{ in } (4): F_R = mg \sin \theta \left[1 + 6 \frac{m}{M + 3m} \right]$$

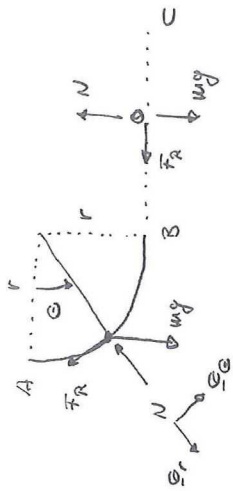
$$(3) \text{ in } (5): N = mg \cos \theta \left[1 - 3 \frac{m}{M + 3m} \right]$$

Stokje begint te roteren met $F_R > 0$, N

$$\Rightarrow \tan \alpha > \frac{1 - 3 \frac{m}{M + 3m}}{1 + 6 \frac{m}{M + 3m}} \cdot \mu = \frac{1}{4} \mu = 0,15$$

$$\Rightarrow \alpha > \underline{\underline{8,53^\circ}}$$

Op gave 5.



Vraag A

Vraag C: arbeid-energie methode

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + mgr - E = \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$\Rightarrow v_C^2 = v_A^2 + 2gr - \frac{2E}{m}$$

$$= 4.00 + 39.24 - 24.52 = 18.72$$

$$v_C = \underline{\underline{4.33 \text{ m/s}}}$$

Vraag B

uitdrukking energie = arbeid van de wrijvingskracht

$$E = \int_A^B \vec{F}_R \cdot d\vec{s} + \int_B^C \vec{F}_R \cdot d\vec{s}$$

$\vec{F}_R = \mu_e \cdot N$. Van het deel A-B gelof:

$$-N + mg \sin \theta = 0 \Rightarrow N = mg \sin \theta$$

$$\Rightarrow \int_A^B \vec{F}_R \cdot d\vec{s} = \int_A^B (\mu_e mg \sin \theta) \cdot r \cdot d\theta = \mu_e mgr \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cdot d\theta$$

$$= -\mu_e mgr \cos \theta \Big|_0^{\pi/2} = \mu_e mgr$$

Van het deel B-C geldt:

$$N = mg \Rightarrow \vec{F}_R = \mu_e \cdot mg$$

$$\int_B^C \vec{F}_R \cdot d\vec{s} = \mu_e \cdot mg \cdot s_{BC}$$

$$\Rightarrow E = \mu_e \cdot mgr + \mu_e mg s_{BC} = \mu_e mg (r + s_{BC})$$

$$E = 0.25 \cdot 1.981 \cdot (2.0 + 3.0) = \underline{\underline{12.26 \text{ N}\cdot\text{m}}}$$

Vraag D:

impulskracht: $m v_C + 0 = m \vec{v}_C + 14 \cdot \vec{v}$ (1)

relativiteitscoëfficiënt: $\theta = -\frac{\vec{v} - \vec{v}_C}{0 - v_C}$ (2)

$$\Rightarrow e \cdot v_C = \vec{v} - \vec{v}_C$$

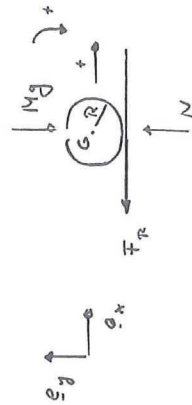
$$\vec{v}_C \cdot e = \vec{v} - e \cdot v_C \quad m(4)$$

$$m v_C = m(\vec{v} - e v_C) + 14 \cdot \vec{v}$$

$$m v_C = \vec{v}(m + 14) - e m v_C$$

$$\vec{v} = v_C \cdot \frac{m(1+e)}{m+14} = \underline{\underline{2.74 \text{ m/s}}}$$

Vraag E:



$$e_x: -F_R = 14 \cdot a_G \quad (1)$$

$$e_y: N - 14g = 0 \quad (2)$$

$$\vec{F}_R \cdot \vec{R} = \vec{J}_G \cdot \omega = \frac{2}{5} MR^2 \cdot \alpha \quad (3)$$

geven: $\vec{F}_R = \mu_e \cdot N = \mu_e \cdot 14g$ (4)

$$(4) \text{ in } (1): a_G = -\mu_e g \Rightarrow v_G = -\mu_e g t + \vec{v} \quad (5)$$

$$(4) \text{ in } (3): \alpha = \frac{5}{2} \frac{\mu_e g}{R} \Rightarrow \omega = \frac{5}{2} \frac{\mu_e g}{R} t \quad (6)$$

$$\frac{5.23.0}{2} = \frac{8.24}{2} = 2.12$$

$$2.824/2 = 1.412 + 2.824 =$$

$$: R(12=2) M = (12=2) 21 \quad 120000 \quad 2.516 \quad 209$$

TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Civiele Techniek en
Geowetenschappen

TENTAMEN
CTB1210 DYNAMICA en MODELFORMING
d.d. 28 januari 2015 van 18:30 - 21:30 uur

Let op:

- Voor de antwoorden op de conceptuele vragen gebruikt u de invulformulieren.
- Voor de rekenopgaven in deel 2 moet u het eindresultaat (getal en eenheid) invullen op de invulformulieren.
- Voor de rekenopgaven in deel 3 moet u de hele uitwerking inclusief eindresultaat (getal en eenheid) indienen.
- Vergeet niet uw naam en studienummer op ALLE door u ingeleverde bladen te vermelden
- Het gewicht van de onderdelen is in de kanttlijn aangegeven.
- U mag dit tentamen meenemen
- Het gebruik van een standaard (grafische) rekenmachine en van het formuleblad uit het boek van Hibbeler is toegestaan.

Deel 1: Conceptuele vragen (gebruik het invulformulier)

Vraag 1 [1 punt]. U rijdt in uw auto achter een vrachtauto aan. U hebt dezelfde snelheid als de vrachtauto. Plotseling valt een kist van de laadruimte van de vrachtauto. Geef aan wat waar is (verwaarloosbaar hierbij het feit dat de reden dat de kist van de vrachtwagen valt een klein verschil in horizontale snelheid is):

- a. De kist raakt de auto nog voor dat deze de grond raakt.
- b. De kist valt op de straat zonder de auto te raken.

Vraag 2 [1 punt]. U gaat met een lift naar boven met een constante snelheid. Is uw gevoeld gewicht

- a. hetzelfde als de zwaartekracht;
- b. groter dan de zwaartekracht;
- c. kleiner dan de zwaartekracht.

Vraag 3 [1 punt]. Is het mogelijk voor een object om te bewegen indien de resulterende kracht gelijk is aan nul? Verklaar.

Vraag 4 [1 punt]. Om een auto vanuit rust te versnellen tot een snelheid v_0 is arbeid W_1 nodig. Om de snelheid van de auto van v_0 naar $2v_0$ te verhogen is arbeid W_2 nodig. Welke antwoord is correct:

- a. $W_2 = W_1$
- b. $W_2 = 2W_1$
- c. $W_2 = 3W_1$
- d. $W_2 = 4W_1$

Vraag 5 [1 punt]. Een vriend van u maakt de opmerking dat een kracht, die altijd loodrecht staat op de snelheidsvector geen arbeid verricht. Deze uitspraak is

- a. juist
- b. onjuist

Vraag 6 [1 punt]. Een snowboarder beweegt op een track met een helling omhoog. Indien de snelheid onderaan de helling gelijk is aan 4 m/s dan heeft de snowboarder bovenop de helling een snelheid van 0 m/s. Stel nu dat de snowboarder met een snelheid van 5 m/s onderaan de helling beweegt. Welke snelheid heeft de snowboarder in dit geval bovenop de helling?

- a. 1 m/s

- b. 2 m/s
- c. 3 m/s
- d. 4 m/s

Vraag 7 [1 punt]. U gooit een object recht omhoog naar een persoon, die op het dak van een huis staat. Op welke punt is de kinetische energie maximaal? Op welke punt is de potentiële energie maximaal? Op welke locaties hebben deze energieën hun minimale waarden?

Vraag 8 [1 punt]. Een object dat stil op een wrijvingsloze tafel ligt wordt door een ander object geraakt. Is het mogelijk dat beide objecten direct na de botsing niet meer bewegen? Leg uit.

Vraag 9 [1 punt]. Een star lichaam roteert om een vast as. Hebben alle punten van het starre lichaam dezelfde hoeksnelheid? Hebben alle punten van het starre lichaam dezelfde lineaire snelheid? Leg uit.

Vraag 10 [1 punt]. Twee bollen hebben dezelfde straal en massa. Hoe kom je m.b.v. dynamica er achter welke van de twee bollen hol is en welke massief is?

Deel 2 Rekenopgaven (gebruik het invulformulier)

Opgave 1. De kabel van een stil staande lift ($M = 755 \text{ kg}$) scheurt op een hoogte van $h = 22.5 \text{ m}$ boven de top van een grote veer (veerconstante $k = 8.0 \cdot 10^4 \text{ N/m}$) op de bodem van de schacht. Valversnelling $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

A (2 punten). Bereken de arbeid (in Nm) die de zwaartekracht op de lift verricht heeft net voordat de lift de veer raakt.

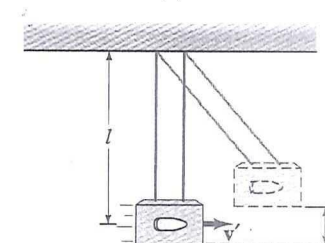
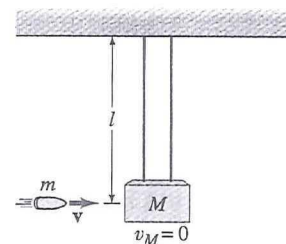
B (2 punten). Bereken de snelheid (in m/s) van de lift net voordat die de veer raakt (geef antwoord op 3 decimalen achter de komma).

C (2 punten). Bereken hoeveel de veer wordt gecomprimeerd (in m) (geef antwoord op 3 decimalen achter de komma).

Opgave 2. Een ballistische slinger is een apparaat dat wordt gebruikt om de snelheid van een projectiel te meten. Een projectiel (massa $m = 0.02 \text{ kg}$) wordt in een blok van hout (massa $M = 5 \text{ kg}$) geschoten en komt daarin vast te zitten. De houten blok is opgehangen als een slinger. Als gevolg van de botsing van het projectiel met de blok begint het stelsel projectiel + blok te slingeren en bereikt daarbij een maximale hoogte h . Valversnelling $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

A (2 punten). Hoe snel was het projectiel onmiddellijk voor de botsing (v in m/s) als de blok een hoogte van $h = 0.50 \text{ m}$ bereikt (geef het antwoord op 1 decimaal achter de komma).

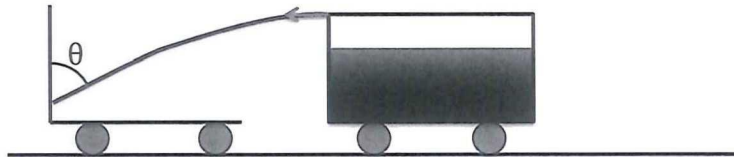
B (2 punten). Stel de snelheid onmiddellijk voor de botsing was $v = 800 \text{ m/s}$. Wat was dan de snelheid (v' in m/s) van het projectiel onmiddellijk na de botsing (geef het antwoord op 2 decimalen achter de komma).



Opgave 3. Twee karretjes staan op een horizontaal vlak. Het rechter karretje met een totale massa $m_r = 1000$ kg staat op de rem en is gevuld met water ($\rho = 1000$ kg/m³) dat met een pomp in horizontale richting weggespoten wordt, met een snelheid $v = 3$ m/s door een opening met diameter $D = 0.2$ m. Dit water komt onder een hoek $\theta = 60^\circ$ tegen een verticale wand op het linker karretje met massa $m_l = 300$ kg. De grootte van de snelheid van het water is onderweg niet veranderd, de richting wel.

A (2 punten). Hoe groot is de horizontale kracht (in N) die het linker karretje ondervindt op het moment dat deze in beweging komt?

B (2 punten). Wat is de versnelling die het rechter karretje ondervindt wanneer op het tijdstip $t = 5$ s de rem van de wielen gehaald wordt?



Deel 3 Rekenopgaven (uitwerking inleveren)

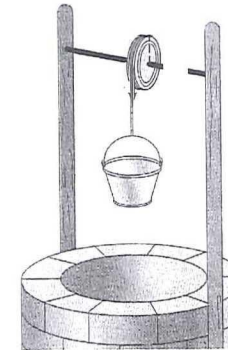
Opgave 4. Een emmer (gewicht $W = 15$ N) hangt via een massaloos koord aan een katrol (straal $R = 0.33$ m). De katrol heeft een traagheidsmoment om zijn massamiddelpunt van $I_G = 0.385$ kg m². Op de as werkt een wrijvingsmoment van 1.1 Nm. Neem aan dat het koord niet rekt en niet slipt op de katrol.

A (2 punten). Bereken de hoekversnelling (in rad/s²) van de katrol.

B (2 punten). Bereken de lineaire versnelling (in m/s²) van de emmer.

C (2 punten). Bereken de hoeksnelheid (in rad/s) van de katrol op $t = 3$ s; neem aan dat de katrol niet draaide op tijdstip $t = 0$ s.

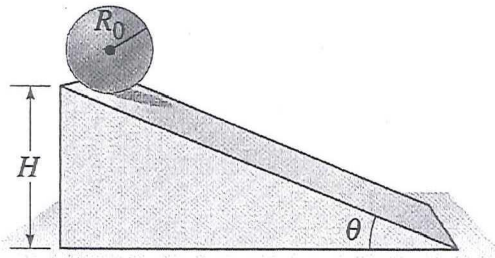
D (2 punten). Bereken de lineaire snelheid (in m/s) van de emmer op $t = 3$ seconden; neem aan dat de emmer in rust was op tijdstip $t = 0$ seconden.



Opgave 5. Een bol (massa $M = 4 \text{ kg}$, straal $R_0 = 0.20 \text{ m}$) rolt langs een helling naar beneden (hellingshoek $\theta = 30^\circ$). De bol vertrekt op hoogte $H = 1 \text{ m}$ met een snelheid van 0 m/s . De valversnelling is $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

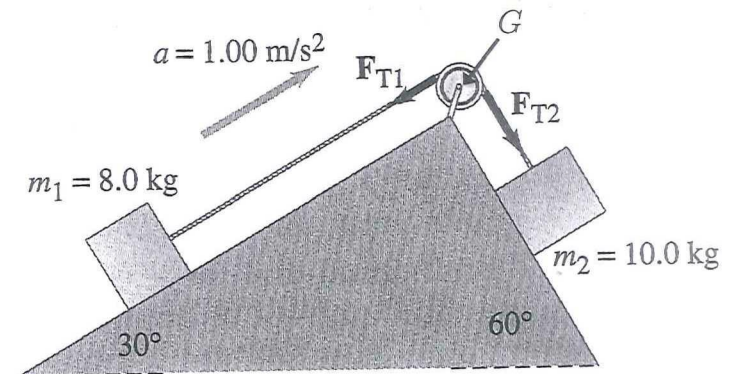
A (2 punten). Wat is de snelheid (in m/s) van de bol aan het einde van de helling?
 B (2 punten). Een object dat langs de helling naar beneden glijdt heeft een hogere snelheid dan de bol mits kinetische wrijving wordt verwaarloost. Leg uit waarom dat zo is.

Opmerking: het antwoord op vraag 1 hoeft niet perse afhankelijk te zijn van alle gegevens.



Opgave 6. Twee blokken (massa m_1 en m_2) zijn met een kabel met verwaarloosbare massa aan elkaar verbonden. De kabel loopt over een katrol met straal $R = 0.25 \text{ m}$ en traagheidsmoment I_G , met G het massamiddelpunt van de katrol. De blokken bewegen naar rechts met een versnelling van 1 m/s^2 zonder wrijving langs de getoonde hellingsvlakken.

A (2 punten). Teken het vrijlichaamschema van elke blok.
 B (2 punten). Bereken de spankracht F_{T1} en F_{T2} (in N) in beide delen van de kabel.
 C (2 punten). Bereken het resulterende krachtmoment (in Nm) op de katrol (beschouw het krachtmoment als een positief getal en geef de richting aan door middel van een pijl).
 D (2 punten). Bereken het traagheidsmoment (in kg m^2) van de katrol.



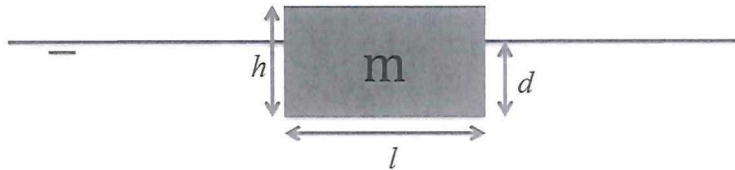
Opgave 7 (Bij deze opgave werkt u in symbolen).

Een blok hout met massa m en afmetingen b, l, h drijft in stilstaand water met dichtheid ρ zoals weergegeven in de figuur.

A (2 punten). Hoe groot is de afstand d waarmee het blok in het water steekt?

Wanneer er even kort op het midden van het blok in verticale richting geduwd wordt, gaat het blok in verticale richting op-en-neer bewegen. We verwaarlozen hierbij de effecten van vloeistofwrijving.

B (2 punten). Wat is de periode tijd waarmee het blok op-en-neer gaat bewegen rondom de evenwichtspositie? Schrijf hiertoe eerst de bewegingsvergelijking op voor de beweging van het blok ten opzichte van de evenwichtspositie uit vraag A.



Invulformulier – CTB1210, dd 28 januari 2015
DEEL 1: conceptuele vragen

Naam:

studienummer:

Vraag 1

a	b
	X

Vraag 2

a	b	c
X		

Vraag 3

2^e Wet van Newton: $\sum \vec{F} = m \cdot \underline{a}$. Indien $\sum \vec{F} = 0$ volgt hieruit $\underline{a} = 0$, maar niet $\underline{v} = 0$. Dus kan het object bewegen.

Naam:

studienummer:

Vraag 4

a	b	c	d
		X	

Vraag 5

a	b
X	

Vraag 6

a	b	c	d
		X	

Vraag 7

$\max(E_{kin}) : R = 0$
 $\max(V) : R = R_{max}$
 $\min(E_{kin}) : R = R_{max}$
 $\min(V) : R = 0$
 $V = \text{potentiële energie}$
 $E_{kin} = \text{kinetische energie}$

Invulformulier – CTB1210
DEEL 2: rekenopgaven

Naam: studienummer:

Naam: studienummer:

Vraag 8

Dat is NIET mogelijk omdat de wet van behoud van impulsmoment van toepassing is.

Vraag 9

Alle punten hebben dezelfde hoeksnelheid.
De lineaire snelheid van een punt hangt af van zijn afstand t.o.v. de rotatieas. Deze is dus niet gelijk voor alle punten.

Vraag 10

Hetzelfde krachtmoment leidt tot verschillende hoeksnelheden.

Opgave 1

A	B	C
166 647,4 N	21011 m/s	2,228 m

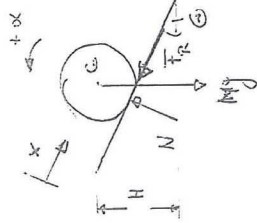
Opgave 2

A	B
786,2 m/s	3,19 m/s

Opgave 3

A	B
295 N	0,53 m/s ²

Aufgabe 4:



$$\begin{aligned} (1) \quad \sum \vec{F}_x &= -F_H + Mg \sin \alpha = M \ddot{x} \\ (2) \quad \sum \vec{F}_y &= N - Mg \cos \alpha = 0 \\ (3) \quad -F_H R &= I_G \cdot \alpha \\ (4) \quad \ddot{x} &= -\alpha R \end{aligned}$$

A.

$$(4) \text{ in } (3): -F_H R = -I_G \cdot \frac{\ddot{x}}{R} \quad \alpha(\text{und}) \quad F_H = \frac{I_G}{R^2} \cdot \ddot{x} \quad (5)$$

$$(5) \text{ in } (1): -\frac{I_G}{R^2} \ddot{x} + Mg \sin \alpha = M \ddot{x}$$

$$\text{also} \quad \left(M + \frac{I_G}{R^2} \right) \ddot{x} = Mg \sin \alpha$$

$$\ddot{x} = \frac{Mg \sin \alpha}{M + \frac{I_G}{R^2}} =: a$$

$$\ddot{x} = a = \text{const.} \Rightarrow \dot{x}(t) = a \cdot t, \quad x(t) = \frac{1}{2} a t^2$$

$$x(t) = \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{a \sin \alpha}}$$

$$\Rightarrow \dot{x}(t) = a \cdot t = \sqrt{\frac{2Ha}{\sin \alpha}}$$

$$= \sqrt{\frac{2H}{\sin \alpha} \cdot \frac{Mg \sin \alpha}{M + \frac{I_G}{R^2}}} = \sqrt{\frac{2MgH}{M + \frac{I_G}{R^2}}} = \sqrt{\frac{10}{7} g H}$$

$$\dot{x}(t) = 3.74 \text{ m/s}$$

B.

Geht, hier. Geht, $\dot{x}(t) = \sqrt{2gH}$
 $\dot{x}(t)$ ist hier kleiner und es ist also von
 der potentiellen Energie (MgR) weniger Arbeit
 in Reibung verrichtet.

Aufgabe A vollst. mit der Energie-Berücksichtigung.

$$\frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 - 0 = MgH$$

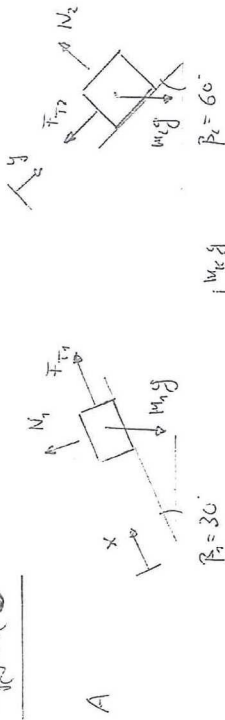
$$\text{mit vgl. vorher: } \omega = \frac{\dot{x}}{R}, \quad \Rightarrow$$

$$\dot{x}^2 \left(\frac{M}{2} + \frac{I_G}{2R^2} \right) = MgH$$

$$\dot{x}^2 \left(\frac{M}{2} + \frac{M}{2} \right) = MgH$$

$$\dot{x}^2 = \sqrt{\frac{10}{7} g H}$$

Opgave 5



Blok 1:

$$F_{T1} - m_1 g \sin \beta_1 = m_1 \ddot{x} \quad (1)$$

$$\text{Blok 2:} \quad -F_{T2} + m_2 g \sin \beta_2 = m_2 \ddot{y} \quad (2)$$

$$\text{wfc. kabel (GSM kabel):} \quad \ddot{x} = \ddot{y} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow F_{T1} = m_1 \ddot{x} + m_1 g \sin \beta_1 = 4720 \text{ N}$$

$$F_{T2} = m_2 g \sin \beta_2 - m_2 \ddot{y} = 7490 \text{ N}$$

$$\text{C} \quad F_{T1} \cdot R - F_{T2} \cdot R = (F_{T1} \cdot F_{T2}) R = -693 \text{ Nm}$$

$$\text{D} \quad -693 = I_C \alpha, \quad \alpha = -\frac{\ddot{x}}{R}$$

$$\Rightarrow I_C = \frac{693 \cdot R}{\ddot{x}} = 1.73 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Opgave 6:

A: Er is evenwicht van krachten dus: $m g = \rho g d l b$ zodat $d = m / \rho l b$

B: Als we ten opzichte van de evenwichtspositie een verticale coördinaat z invoeren dan volgt uit de tweede wet van Newton:

$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -\rho g b l z$. Dit is een lineaire differentiaalvergelijking van de 2^e orde met een oplossing van de vorm $z = z \cos(\omega t + \phi)$. Als we dit invullen volgt voor de hoekfrequentie $\omega = \sqrt{\frac{\rho g b l}{m}}$ daarmee is de periodetijd bekend als: $T = 2\pi / \omega = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\rho g b l}}$

TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT
Faculteit der Civiele Techniek en Geowetenschappen

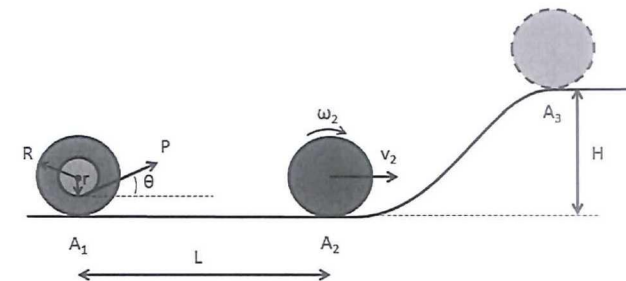
TENTAMEN
CTB1210 DYNAMICA en MODELFORMING
d.d. 16 april 2014 van 18:30 - 21:30 uur

- **Let op!**
 - Maakt u CTB1210 dan maakt u opgaven 1 t/m 4.
 - Maakt u CT1021D + CT1021E dan maakt u opgaven 1 t/m 4.
 - Maakt u alléén CT1021D dan maakt u opgaven 1 t/m 3 en opgave 6.
 - Maakt u alléén CT1021E dan maakt u opgaven 4 en 5. **Deze levert u voor 20:00uur in.**
- Lever ieder vraagstuk op een **apart** vel in en maak gebruik van het invulformulier voor opgave 3.
- Vergeet niet uw naam en studienummer op **alle** door u ingeleverde bladen te vermelden.
- Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven.
- Geef niet alleen de eind-antwoorden maar zo nodig ook tussen-berekeningen. Dit is van belang voor de waardering van uw antwoord.
- Indien u het antwoord op een bepaald onderdeel niet hebt gevonden kiest u zelf een geschikte maar niet onrealistische waarde om eventueel in een volgend onderdeel mee verder te rekenen.
- U mag dit tentamen meenemen.

Het gebruik van een standaard (grafische) rekenmachine en van het formuleblad uit het boek is toegestaan

Opgave 1

Een wiel, op te vatten als een homogene ronde schijf, beweegt zuiver rollend langs een baan van A_1 naar A_3 . Op punt A_2 heeft het wiel een snelheid van v_2 en een hoeksnelheid ω_2 . Tijdens de beweging van A_1 naar A_2 werkt er een kracht P in de aangegeven richting. Voorbij A_2 werkt die kracht niet meer. Tussen het wiel en de ondergrond heerst droge wrijving.



Gegevens:

$M=20$ kg, massa wiel,
 $P=40$ N, grootte van de kracht die werkt tussen A_1 en A_2 ,
 $L=5$ m, afstand tussen A_1 en A_2 ,
 $H=2$ m, hoogteverschil tussen A_2 en A_3 ,
 $R=0,5$ m, straal van het wiel,
 $r=0,3$ m, afstand tot het centrum van het wiel waaronder P aangrijpt,
 $\theta=15^\circ$, hoek ten opzichte van de horizontaal waaronder P aangrijpt,
 $g=9,8$ m/s², zwaartekrachtsversnelling.
 $v_2=6$ m/s, snelheid van het wiel bij A_2

Vraag a) Hoeveel kinetische energie verliest het wiel op weg van A_2 naar A_3 ?
(2 punten)

Vraag b) Hoe groot moet de snelheid van het wiel in A_2 minimaal zijn om punt A_3 net te bereiken?
(2 punten)

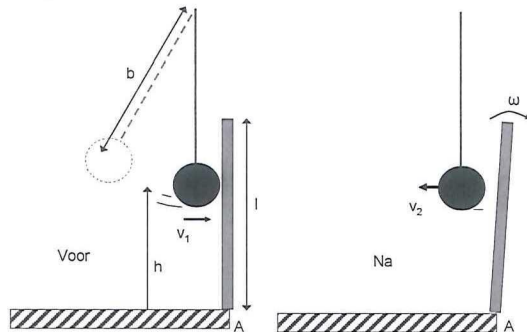
In A_2 heeft het massamiddelpunt van het wiel een lineaire snelheid van v_2 . De kracht P die tijdens het traject van A_1 naar A_2 werkt heeft steeds de richting en het aangrijpingspunt zoals in de tekening is weergegeven.

Vraag c) Wat was de lineaire snelheid v_1 van het wiel in punt A_1 ? Ga er hierbij vanuit dat het wiel tussen A_1 en A_2 niet slipt.
(2 punten)

Vraag d) Wat moet de coëfficiënt voor droge wrijving minimaal zijn om ervoor te zorgen dat het wiel niet slipt als de wiel van A_1 naar A_2 beweegt?
(3 punten)

Opgave 2

Bij de sloop van een gebouw worden verschillende hulpmiddelen gebruikt. Eén daarvan is de sloopkogel, een zware bal die met een kabel verbonden is aan een hijskraan. In dit voorbeeld wordt de sloopkogel in beweging gebracht en raakt met een snelheid v_1 een betonnen paneel op een hoogte h boven de grond. Dit paneel begint bij de botsing te roteren om het ondersteuningspunt A zonder wrijving, terwijl de kogel met een snelheid v_2 terug beweegt.



Gegevens:

$l = 6$ m, lengte balk

$h = 4$ m, verticale afstand tot positie A

$b = 6$ m, afstand zwaartepunt kogel tot rotatiepunt

$g = 10$ m/s², zwaartekrachtsversnelling

$m_k = 500$ kg, massa bal

$m_p = 2000$ kg massa paneel

$v_1 = 1$ m/s, snelheid van sloopkogel juist voor de botsing

$v_2 = 0.5$ m/s, snelheid van sloopkogel juist na de botsing

Vraag a) Hoe groot is de kracht in de kabel juist voordat de bal het paneel raakt?
(2 punten)

Vraag b) Hoe groot is hoeksnelheid van het paneel direct na de klap?
(3 punten) Geef aan waarom voor het antwoord geen gebruik gemaakt kan worden van impulsbehoud of energiebehoud.

Vraag c) Hoe groot is de hoekversnelling van het paneel op het moment dat deze een hoek van 30° met de verticaal maakt een nog steeds rond punt A roteert?
(2 punten)

Vraag d) Hoe groot is de hoeksnelheid op dat moment?
(3 punten)

Opgave 3

Let op! Bij deze opgave maakt u gebruik van het antwoordformulier.

In een testopstelling wordt een kogel met hoge snelheid in een stilstaand blok geschoten. Zoals te zien is in de tekening, is het blok verbonden aan een vast punt door middel van een lineaire veer met veerconstante k .

Gegevens:

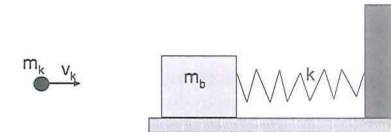
$m_k = 0.1$ kg, massa kogel,

$m_b = 4$ kg, massa blok,

$v_k = 100$ m/s, snelheid kogel,

$k = 1$ kN/m, veerconstante,

$g = 10$ m/s², zwaartekrachtsversnelling



In eerste instantie verwaarlozen we de wrijving tussen het blok en de ondergrond.

Vraag a) Wat is de snelheid van het blok direct na de inslag van de kogel?
(2 punten)

Vraag b) Hoe ver wordt de veer maximaal ingedrukt?
(3 punten)

Vraag c) Wat is de versnelling van het blok bij deze maximale indrukking?
(2 punten)

Vraag d1) **Dit onderdeel is voor CTB1210 bedoeld, niet voor CT1021D**
(3 punten) Wat is de karakteristieke periodetijd voor de beweging die het blok uitvoert?

In werkelijkheid heerst er droge wrijving tussen het blok en de ondergrond met een coëfficiënt $\mu = 0.2$

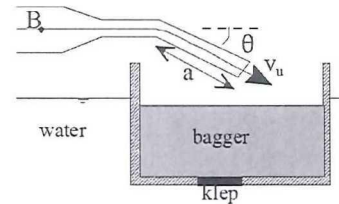
Vraag d2) **Dit onderdeel is voor CT1021D bedoeld, niet voor CTB1210**
(3 punten) Wat is voor deze situatie de maximale indrukking van de veer?

Opgave 4

Bij een baggerproject wordt een rechthoekige stalen bak met massa m , breedte b , lengte l , en hoogte h , die in het water drijft, volgespoten met bagger. Bagger is hier op te vatten als een vloeistof met dichtheid ρ_b . De bagger wordt aangevoerd via een rechte horizontale pijpleiding die voorbij het punt **B** overgaat in een stuk met kleinere diameter dat vervolgens afbuigt naar beneden naar de uitstroomopening.

Gegevens:

$d_B = 0.5$ m, diameter buis bij punt B
 $d_u = 0.25$ m, diameter uitstroomopening
 $v_u = 5$ m/s, snelheid aan uitstroomopening
 $\rho_b = 1500$ kg/m³, dichtheid van bagger
 $\rho_w = 1000$ kg/m³, dichtheid van water
 $g = 10$ m/s², zwaartekrachtsversnelling
 $m = 50000$ kg, massa van de stalen bak
 $l = b = h = 10$ m, afmetingen van de bak
 $d = 2$ m, diameter klep
 $a = 4$ m, lengte van stuk pijp bij uitstroomopening
 $\theta = 15^\circ$, hoek die uitstroomopening maakt ten opzichte van de horizontaal



Vraag a) Bereken hoe hoog het baggerniveau in deze bak kan worden voordat er ofwel bagger over de rand uitloopt ofwel water naar binnen loopt. De dikte van de stalen wanden mag klein verondersteld worden ten opzichte van de overige afmetingen.
 (3 punten)

In de bodem van de bak zit een cirkelvormige klep met diameter d .

Vraag b) Bereken de grootte en richting van de resulterende kracht die door het water en de bagger op de klep wordt uitgeoefend wanneer de bak volgeladen is.
 (2 punten)

De bagger wordt vanaf het baggerschip in de bak gespoten zoals in de tekening geschetst is.

Vraag c) Bereken de grootte van de horizontale kracht waarmee de bak op z'n plaats moet worden gehouden zolang er bagger in de bak gespoten wordt.
 (3 punten)

----- dit was de laatste vraag voor de herkansing CTB1210 -----

----- dit was ook de laatste vraag voor de herkansing CT1021D+E -----

Opgave 5

Deze opgave maakt u als u alleen CT1021E herkant.

maak gebruik van de figuur en gegevens van opgave 4

Vraag a) Bereken de druk die er moet heersen in het punt B juist voor de vernauwing in de pijp. Verwaarloos hierbij de atmosferische druk en de mogelijke wrijving in de buis.
 (3 punten)

Vraag b) Bereken de snelheid waarmee het baggerniveau in de bak stijgt.
 (2 punten)

Op grote afstand van het baggerproject wordt een bol met straal $R=0.5$ m en massa $M=1000$ kg onder water vanuit stilstand losgelaten. Voor de weerstandscoefficiënt die hoort bij de turbulente omstroming van een bol, kiezen we $c_w=0.5$.

Vraag c) Wat is de versnelling waarmee de bol zal gaan bewegen?
 (2 punten)

Vraag d) Wat is de constante eindsnelheid die de bol uiteindelijk bereikt?
 (2 punten)

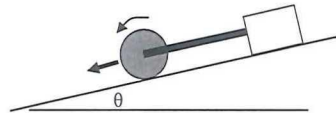
Opgave 6

Deze opgave maakt u als u alleen CT1201D herkanst.

Werk bij deze opgave in symbolen

Een massieve cilinder is met een slanke staaf verbonden aan een blok zoals aangegeven in de schets hiernaast. De verbindingen tussen de staaf, waarvan de massa verwaarloosd mag worden, en de cilinder bestaat uit een wrijvingsloos lager. Het lager zorgt ervoor dat de afstand tussen de cilinder en het blok constant blijft en het geheel als een soort van karretje naar beneden gaat. Tussen de cilinder en de helling heerst droge wrijving zodat er sprake is van zuiver rollen, de wrijving tussen het blok en de ondergrond mag verwaarloosd worden.

Gegevens

 g , zwaartekrachtsversnelling m_m , massa massieve cilinder m_b , massa blok r , straal van cilinder θ , hellingshoek talud

Vraag a) (2 punten) Stel voor de cilinder een vrij lichaamsschema op.

Vraag b) (3 punten) Geef een uitdrukking voor de versnelling waarmee dit samengestelde voorwerp van de helling gaat, indien er voor de cilinder sprake is van zuiver rollen en het blok wrijvingsloos beweegt.

Vraag c) (2 punten) Hoe groot is de kracht die er dan in de staaf heerst?

Vraag d) (3 punten) Wat is de snelheid van het voorwerp op het moment dat het vanuit stilstand een afstand L langs de helling heeft afgelegd?

Uitwerkingen CTB1210 april 2014

Opgave 1)

a) Kinetische energie wordt omgezet in potentiële energie $V = Mgh = 392 \text{ J}$

b) De totale kinetische energie moet groter of gelijk zijn aan het verlies. $\frac{1}{2}Mv_2^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \geq 392 \text{ J}$ met $I = \frac{1}{2}MR^2$, bij zuiver rollen geldt: $v_2 = R\omega$ dus $\frac{1}{2}Mv_2^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}Mv_2^2 = \frac{3}{4}Mv_2^2 \geq 392 \text{ J}$ hieruit volgt dat $v_2 \geq 5,11 \text{ m/s}$, dus de gegeven 6 m/s is ruim voldoende.

c) Omdat we de wrijvingskracht niet kennen, kunnen we gebruik maken van het momentane rotatiecentrum A, waar het wiel de grond raakt. Het traagheidsmoment ten opzichte van dat punt is $I_A = \frac{3}{2}MR^2 = 7,5 \text{ kgm}^2$, bij A₁ is het krachtmoment te bepalen als $M_A = P \cos \theta (R - r) = 7,73 \text{ Nm}$ zodat voor de hoekversnelling geldt: $\alpha = \frac{M_A}{I} = \frac{7,73}{7,5} = 1,03 \text{ rad/s}^2$. Nu kunnen we de hoeksnelheden aan de afgelegde weg koppelen via $L = R\Delta\theta$, $\Delta\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ en $\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$ hieruit volgt: $t = 0,865 \text{ s}$, $\omega_1 = 11,11 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ en $v_1 = 5,55 \text{ m/s}$

Een alternatieve methode is te kijken naar de verrichte arbeid door het krachtmoment ten opzichte van A. $M_A \Delta\theta = \frac{1}{2}I_A(\omega_2^2 - \omega_1^2)$ hieruit volgt direct $\omega_1 = 11,11 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Let op, dit kun je niet doen door naar de verrichte arbeid van de kracht te kijken, je kent immers de wrijvingskracht niet.

d) Om niet te slippen moet er gelden: $P \cos \theta - \mu(Mg - P \sin \theta) = M\alpha R$ zodat voor de waarde van μ geldt dat deze minstens $0,15$ moet zijn.

Opgave 2)

a) De kabel moet het gewicht van de kogel dragen en de centripetale kracht van de cirkelbeweging leveren. $F_k = m_b g + m_b v_1^2 / b = 5083 \text{ N}$

b) Bij de klap gaat er energie verloren en wordt er in A een kracht geleverd zodat deze behoudswetten niet opgaan. Ten opzichte van A geldt er voor het geheel wel behoud van impulsmoment. Er is immers geen krachtmoment om A te vinden. Dus $m_b v_1 h = I_A \omega_0$ met $I_A = \frac{1}{3}m_p l^2$ volgt $\omega_0 = \frac{3m_b v_1 h}{m_p l^2} = 0,021 \text{ rad/s}$.

c) Onder een hoek van 30° is het alleen het krachtmoment van de zwaartekracht dat de hoekversnelling levert. $I_A \alpha = \frac{1}{2}l \sin \theta m_p g$ zodat $\alpha = 1,25 \text{ rad/s}^2$

d) De hoeksnelheid kan bepaald worden door gebruik te maken van energiebehoud. $\frac{1}{2}I_A(\omega_1^2 - \omega_0^2) = m_p g \frac{1}{2}l(1 - \cos \theta)$ zodat $\omega_1 = 0,82 \text{ rad/s}$

Opgave 3)

- a) Er is hier sprake van impulsbehoud, niet van energiebehoud. Dus $m_k v_k = (m_k + m_b) v_2$ zodat $v_2 = 2,44 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
- b) Vervolgens is er wel sprake van energie behoud een zal de volledige kinetische energie van de beweging omgezet worden in potentiële veerenergie. $\frac{1}{2}(m_b + m_k)v_2^2 = \frac{1}{2}kx_{\text{max}}^2$ zodat $x_{\text{max}} = 0,16\text{m}$
- c) De maximale versnelling wordt verkregen door te kijken naar de maximale kracht. Omdat er geen andere kracht werkt dan de veerkracht volgt de versnelling direct uit de tweede wet van Newton. $a = \frac{F}{m_b + m_k} = \frac{kx_{\text{max}}}{m_b + m_k} = 38 \text{ m/s}^2$
- d1) Dit is een tweede-orde systeem waarvan de karakteristieke tijd bepaald wordt door de massa en de veerconstante. $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} = 0,4 \text{ s}$
- d2) Nu moet er ten opzicht van onderdeel b) bekeken worden hoeveel energie er verloren gaat in de droge wrijving. $\frac{1}{2}(m_b + m_k)v_2^2 = \mu(m_b + m_k)gx_{\text{mw}} + \frac{1}{2}kx_{\text{mw}}^2$ door deze tweedegraads vergelijking op te lossen volgt voor de positieve wortel $x_{\text{mw}} = 0,148\text{m}$

Opgave 4)

- a) Volgens Archmedes kan er een gewicht gedragen worden gelijk aan het gewicht van de verplaatste hoeveelheid vloeistof. Omdat de bak een eigen gewicht heeft en omdat de bagger een hogere dichtheid dan water heeft zal bij een gevulde bak water naar binnen stromen en steekt de bak precies over een lengte h in het water. Dus $\rho_w l b h g = m g + \rho_b l b c g$, met c het niveau van de bagger. Dus $c = 6,33\text{m}$.
- b) Door te kijken naar de hydrostatische druk aan boven- en onderkant en deze te vermenigvuldigen met het oppervlak van de klep, kan de resulterende kracht verkregen worden. $F_{\text{res}} = (\rho_w h - \rho_b c) g \frac{\pi}{4} d^2 = 157 \text{ kN}$.
- c) De binnenkomende impulsstroom $S v_u$ levert een kracht waarvan de horizontale component gegeven is met: $S v_u \cos \theta = \rho_b \frac{\pi}{4} d_u^2 v_u^2 \cos \theta = 1778 \text{ N}$

Opgave 5)

- a) Gebruik makend van Bernoulli en met de constatering dat net buiten de opening atmosferische druk heerst volgt: $p_B + \frac{1}{2}\rho_b v_B^2 + \rho_b g a \sin \theta = p_a + \frac{1}{2}\rho_b v_u^2$ dus met $v_B = v_u / 4 = 1,25 \text{ m/s}$, $p_B = \frac{1}{2}\rho_b (v_u^2 - v_B^2) - \rho_b g a \sin \theta = 2049 \text{ Pa}$
- b) Gebruik maken van massabehoud zal de stijgsnelheid bepaald worden door het debiet $\frac{dc}{dt} = v_u \frac{\pi}{4} d_u^2 / (lb) = 2,5 \text{ mm/s}$
- c) De bol zal gaan bewegen vanuit stilstand met een versnelling die hoort bij de resulterende kracht $a = F_{\text{res}}/M$ hierbij is $F_{\text{res}} = g \left(M - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_w \right) = 4764 \text{ N}$
- d) De constante eindsnelheid zal worden bereikt als er geen resulterende kracht meer werkt. Met andere woorden, $F_{\text{res}} = \frac{1}{2}\rho_w c_w \pi R^2 v_c^2$ hieruit volgt $v_c = 4,9 \text{ m/s}$

Opgave 6)

- a) -
- b) Uit de impulsvergelijking volgt: $(m_m + m_b)a = (m_m + m_b)g \sin \theta - F_w$
Op grond van het impulsmoment van de cilinder volgt: $\frac{1}{2}m_m r^2 a = F_w r$ dus $F_w = \frac{1}{2}m_m a$ Als we F_w elimineren volgt $a = \frac{m_m + m_b}{m_b + \frac{1}{2}m_m} g \sin \theta$
- c) $F_{\text{staaf}} = m_b g \sin \theta - m_b a$
- d) $\frac{1}{2}m_m r^2 \omega^2 + \frac{1}{2}(m_b + m_m)r^2 \omega^2 = (m_b + m_m)gL \sin \theta$

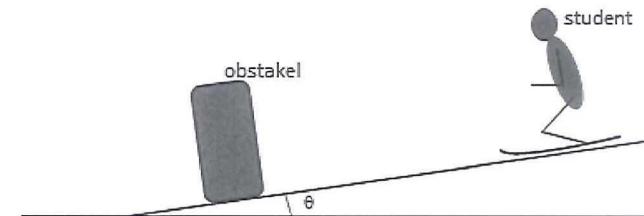
Vermeld op al uw uitwerk- en
antwoordbladen:
NAAM en STUDIENUMMER.

TENTAMEN
CT1021 DYNAMICA
d.d. 25 januari 2013 van 9:00 - 12:00 uur

- Het tentamen bestaat uit 4 vraagstukken met in totaal 14 onderdelen.
- Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven. In totaal zijn er 35 punten te behalen.
- Geef niet alleen de eind-antwoorden maar ook tussen-berekeningen. Dit is van belang voor de waardering van uw antwoord.
- Indien u het antwoord op een bepaald onderdeel niet hebt gevonden kiest u zelf een geschikte, maar niet onrealistische waarde, om eventueel in een volgend onderdeel mee verder te rekenen.
- Vergeet niet uw naam en studienummer op alle door u ingeleverde bladen te vermelden.
- Vraag 2 maakt u op het bijgevoegde antwoordformulier waarop u alleen het eindantwoord invult.
- Deze opgaven mag u houden.

Vraag 1

De sneeuw die vorige week gevallen is, maakt interessante dynamica mogelijk. Een student wil van de bibliotheek van de TUD af skiën. We beschouwen de situatie in een wat geschematiseerde vorm zoals in de tekening weergegeven.



Gegevens:

$m_A = 75$ kg, massa student

$v_0 = 4$ m/s, beginsnelheid student

$m_B = 125$ kg, massa obstakel

$g = 10$ m/s², zwaartekrachtsversnelling

$\mu_s = 0,05$, wrijvingscoëfficiënt voor droge wrijving tussen ski's en sneeuw

$\theta = 15^\circ$, hoek die de helling maakt met de horizontaal

Bovenaan de helling heeft de student een snelheid v_0 en glijdt nu onder invloed van gegeven zwaartekracht en droge wrijving de helling af.

Opgave a) Geef een uitdrukking voor de snelheid als functie van de afgelegde weg langs de helling, en bereken de snelheid nadat de student 20 meter heeft afgelegd.
(3 punten)

Halverwege de helling ziet de student een stilstaand obstakel met een massa van 125 kg en probeert te remmen. Dit helpt niet voldoende zodat er een onvermijdelijke botsing volgt. De student grijpt zich vast aan het obstakel en samen bewegen ze direct na de botsing met een snelheid van 1,5 m/s. De botsing zelf heeft maar heel kort geduurd.

Opgave b) Hoe groot was de snelheid van de student vlak vóór de botsing?
(3 punten)

Opgave c) Hoeveel bewegingsenergie is er bij deze botsing verloren gegaan?
(2 punten)

Vraag 2

Let op! Bij dit vraagstuk werkt u in symbolen en vult u het antwoordt in op bijgevoegd antwoordformulier.

Op een bouwplaats wordt de volgende hijsoperatie uitgevoerd. Op een lange slanke staaf met massa m , die aan de rechterkant kant opgehangen is aan een wrijvingsloos scharnier, wordt een kracht F_H uitgeoefend.

Gegevens:

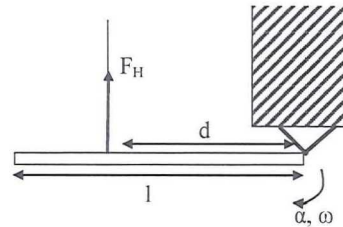
l , lengte staaf

m , massa staaf

d , afstand tussen ophangpunten

g , zwaartekrachtsversnelling

F_H , uitgeoefende kracht



Opgave a) Teken alle relevante krachten die er op de staaf werken in de figuur op het antwoordformulier
(2 punten)

Opgave b) Druk de hoekversnelling α van de staaf uit in de gegeven grootheden voor de getekende positie.
(3 punten)

Opgave c) Geef een uitdrukking voor de verticale kracht die het scharnier op de staaf uitoefent.
(3 punten)

Vraag 3

Twee blokken zijn via een massaloos koord met elkaar verbonden zoals in de figuur is aangegeven. Het koord loopt via een katrol die bij A is opgehangen aan het plafond. De katrol is massaloos en kan wrijvingsloos roteren. Het systeem komt vanuit rust in beweging op $t=0$ s. Op dat moment is de afstand tussen blok 2 en de vloer gelijk aan h .

Gegevens:

$m_1 = 2$ kg, massa blok 1

$m_2 = 5$ kg, massa blok 2

$h = 2,5$ m, afstand van blok 2 tot de vloer op $t=0$ s

$g = 10$ m/s², zwaartekrachtsversnelling

Opgave a) Maak voor de katrol, voor blok 1 en voor blok 2 afzonderlijk een vrij-lichaam-schema waarin alle relevante krachten ingetekend zijn.
(2 punten)

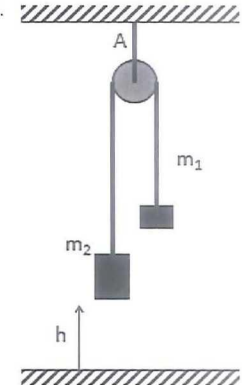
Opgave b) Bepaal de versnelling a_2 van blok 2.
(3 punten)

Indien u het antwoord op bovenstaande opgave niet hebt kunnen geven rekt u verder met een waarde $a_2 = 1$ m/s²

Opgave c) Wat is de kracht die er heerst in het ophangpunt van de katrol bij A tijdens deze beweging?
(2 punten)

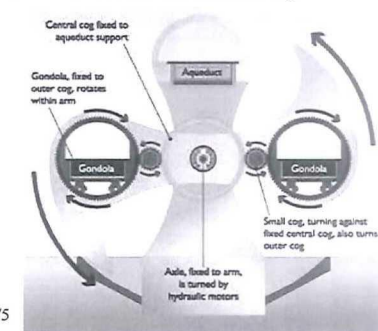
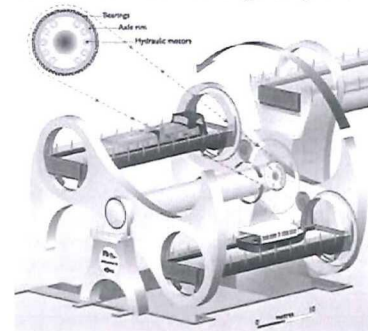
Opgave d) Welk vermogen (arbeid per tijdseenheid) levert de zwaartekracht op $t=1$ s aan blok 2?
(2 punten)

Opgave e) Bereken de snelheid waarmee het blok 2 de grond raakt.
(2 punten)



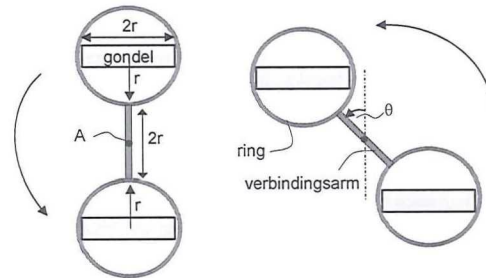
Vraag 4

In het Schotse plaatsje Falkirk is een bijzondere scheepslift 'The Falkirk Wheel' te vinden, die kleine schepen in één beweging over een verticale afstand van ongeveer 40 meter verplaatst (zie <http://www.thefalkirkwheel.co.uk>). De scheepslift bestaat uit twee identieke bakken gevuld met water (gondels) waar schepen ingevaren kunnen worden en welke waterdicht kunnen worden afgesloten. De bakken zijn symmetrisch aan een horizontale as gemonteerd middels twee grote armen. In de constructie zit een mechaniek dat ervoor zorgt dat bij het draaien van de armen de bakken horizontaal blijven.



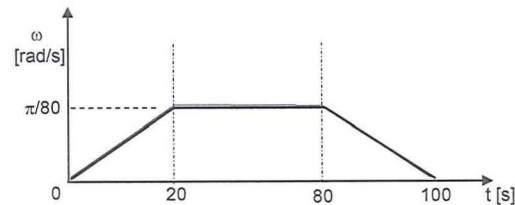
Naast de vele interessant constructieve aspecten vraagt dit ontwerp natuurlijk ook aandacht voor de dynamica ervan. Hiertoe schematiseren we de constructie door alle eigenschappen te projecteren op het platte vlak en vervolgens de beweging in het platte vlak te analyseren, (zie schets hieronder). De verbindingarm wordt opgevat als een slanke staaf met lengte $2r$ en het mechaniek rondom de waterbakken (gondels) als een ring met straal r . De zwaartepunten van de bakken met water bevinden zich in de centra van de geschetste ringen.

Gegevens:
 $m_b = 300000$ kg, Massa met water gevulde bak,
 $m_r = 50000$ kg, Massa ring,
 $m_s = 50000$ kg, Massa verbindingarm,
 $r = 10$ m, Straal ring,
 $g = 10$ m/s², Zwaartekrachtsversnelling.



Opgave a) Bereken het traagheidsmoment van de constructie voor rotatie rondom de centrale as A. Houd er rekening mee dat de twee gondels met water horizontaal blijven gedurende de rotatie en dus zelf niet roteren. Het zwaartepunt van een gondel bevindt zich in het midden van de ring.
 (3 punten)

Om de overtocht enigszins vloeiend te laten verlopen verdraait de constructie vanuit de stand $\theta=0$ met een hoeksnelheid $\omega=d\theta/dt$, die als functie van de tijd verloopt zoals geschetst in de grafiek.



Opgave b) Bereken het maximaal benodigde krachtmoment dat door de centrale as A geleverd moet worden om de geschetste beweging te kunnen uitvoeren.
 (3 punten)

Opgave c) Bereken de grootte van de horizontale kracht die de constructie uitoefent op een enkele gondel in de positie $\theta=\pi/2$ rad.
 (2 punten)

Vraag 2

Op dit blad vult u de antwoorden voor vraag 2 in en werkt u met symbolen

➡ NAAM:

➡ Studienummer:

Opgave a:

.....

Opgave b:

$\alpha =$

Opgave c:

$F_{\text{VERT}} =$

CONTROLEER OF NAAM EN STUDIENUMMER INGEVULD IS EN LEVER DIT BLAD IN SAMEN MET DE OVERIGE UITWERKINGEN

Uitwerkingen tentamen CT1021D d.d. 25 januari 2013

Vraag 1)

a) De student beweegt langs een helling onder invloed van zwaartekracht en wrijvingskracht. Er heerst een constante versnelling $a = g \sin \theta - \mu g \cos \theta = 2,1 \text{ m/s}^2$, zodat we voor de snelheid als functie van de afgelegde weg kunnen schrijven $v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0)$. Met de gegeven beginsnelheid en de gevonden versnelling levert dit $v = \sqrt{16 + 4,2 \cdot 20} = 10 \text{ m/s}$.

b) Tijdens deze kortdurende inelastische botsing blijft impuls behouden: $(m_A + m_B)v_2 = m_A v_1 = 300 \text{ kg m/s}$ waaruit volgt dat $v_1 = 4 \text{ m/s}$.

c) $T_{\text{voor}} = \frac{1}{2} m_A (v_1)^2 = 600 \text{ J}$ na de botsing geldt: $T_{\text{na}} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_2^2 = 225 \text{ J}$ met als verschil het energieverlies $T_{\text{voor}} - T_{\text{na}} = 375 \text{ J}$.

Vraag 2)

a) Naast de getekende kracht F_H is er de zwaartekracht die in het midden van de staaf aangrijpt. Daarnaast neemt het scharnier een kracht op die een horizontale en een verticale component heeft.

b) De hoekversnelling volgt uit de verandering van het impulsmoment van de staaf. Dit is het eenvoudigst te bepalen ten opzichte van het scharnierpunt, omdat we dan de krachten in het scharnier niet hoeven te kennen. Er volgt dan $I_s \alpha = dF_H - \frac{1}{2} l m g$, met $I_s = \frac{1}{2} m l^2$ volgt dan $\alpha = (3dF_H/l - 3mg/2)/(ml)$.

c) De verticale kracht $F_{S,v}$ is bijvoorbeeld te halen uit een beschouwing van de verandering van de impuls van het massacentrum van de staaf $ma_{mc} = \Sigma F$. Met de bekende hoekversnelling van onderdeel b volgt: $a_{mc} = \alpha/2$. Nu is $ma_{mc} = F_H - mg + F_{S,v}$. Hieruit volgt $F_{S,v} = mg + \alpha/2 l - F_H$.

Vraag 3

a) Op beide blokken werken de zwaartekracht en de spankracht in het touw. Op de katrol werken twee maal de spankracht in het touw en de kracht in het ophangpunt bij A.

b) We moeten het stelsel als geheel nemen om de spankracht in het touw te kunnen bepalen. Met de positieve richting verticaal omhoog geldt voor blok 1: $-m_1 g + F_s = m_1 a_1$ en voor blok 2: $-m_2 g + F_s = m_2 a_2$, en omdat het koord niet rekt geldt $a_1 = -a_2$. Door F_s te elimineren krijgen we als oplossing: $a_2 = -4,29 \text{ m/s}^2$

c) Met b) is de spankracht in het touw te bepalen. $F_s = m_2 a_2 + m_2 g = -21,45 + 50 = 28,55 \text{ N}$, De kracht in A is dan twee maal deze grootte $F_A = 57,1 \text{ N}$

d) Het vermogen wordt bepaald als het product van de kracht en snelheid. De zwaarte kracht is $F_{zw} = m_2 g$ en de snelheid na 1 seconde is $v_{2,(t=1s)} = 4,29 \text{ m/s}$ in dezelfde richting als de zwaartekracht. Deze verricht dus een positieve arbeid op blok 2. Na 1 seconde is de arbeid per tijdseenheid $F_{zw} v_{2,(t=1s)} = 214,5 \text{ W}$

e) Als massa 2 de grond raakt, is deze over een afstand van 2,5 meter gezakt terwijl massa 1 over een afstand van 2,5 meter omhoog gegaan is. De potentiële energie is afgenomen en deze is omgezet in kinetische energie $(m_2 - m_1)gh = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{2b}^2$. Dus $v_{2b} = 4,63 \text{ m/s}$

Vraag 4

a) De constructie is opgebouwd uit de verbindingsarm, twee ringen en de twee gondels. De ringen zijn star verbonden aan de arm terwijl de gondels niet meedraaien en dus alleen een massa vertegenwoordigen die op een afstand $2r$ van A beweegt. Het totale traagheidsmoment wordt dan $I_A = I_{\text{arm}} + 2I_{\text{ring}} + 2m_b(2r)^2 = m_s(2r)^2/12 + 2\{m_r r^2 + m_r(2r)^2\} + 2m_b(2r)^2 = 292 \cdot 10^6 \text{ kg m}^2$.

b) Voor het krachtmoment dat door de as geleverd moet worden geldt $M_A = I_A d\omega/dt$, de maximale waarde voor de hoekversnelling die uit de grafiek is af te lezen bedraagt $\pi/80 \text{ rad/s}$ per 20 seconden geeft $\alpha = \pi/1600 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}^2$. Met het hierboven gevonden traagheidsmoment vraagt dit dus een krachtmoment $M_A = I_A \alpha = 583 \text{ kNm}$

c) De hoek $\theta = \pi/2 \text{ rad}$ wordt op $t = 50 \text{ s}$ bereikt, daarbij staat de arm horizontaal en kan uit de grafiek afgelezen worden dat de hoeksnelheid gelijk is aan $\omega = \pi/80 \text{ rad/s}$. Onder deze omstandigheden ondergaat de gondel een centripetale versnelling van $a_b = -\omega^2 2r$ waar een kracht in de richting van de as voor nodig is ter grootte $F_{cp} = m_b \omega^2 2r = 9,25 \text{ kN}$. Bij een stand $\theta = \pi/2$ is dit dus de gevraagde horizontale kracht.

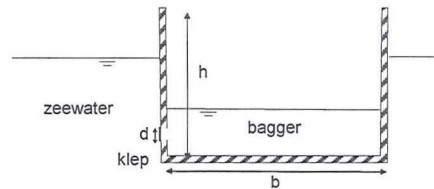
DEELTENTAMEN CT1021E; Eulerse Balansen
d.d. 12 december 2012 van 9:00 - 10:30 uur

- * Het tentamen bestaat uit 7 onderdelen.
- * Het gewicht van de onderdelen is in de kantlijn aangegeven.
- * In totaal zijn er 17 punten te behalen.
- * Bij opgave 2 werkt u in symbolen en maakt u gebruik van het verstrekte antwoordformulier
- * U mag rekenmachine en enkelzijdig beschreven formuleblad gebruiken

Opgave 1: (Deze vraag werkt u uit op het antwoordblad zodat te zien is hoe u aan uw antwoord bent gekomen)

Tijdens het baggeren op zee wordt de bagger (die we als een vloeistof met hoge dichtheid kunnen opvatten) tijdelijk opgeslagen in een drijvende bak met afmetingen $l \times b \times h$. De massa van de lege bak is $m = 3000$ kg. De dikte van de wanden wordt hier verwaarloosd.

Gegevens:
 $g = 10 \text{ m/s}^2$, zwaartekrachtsversnelling
 $\rho_b = 1300 \text{ kg/m}^3$, dichtheid bagger
 $\rho_z = 1025 \text{ kg/m}^3$, dichtheid zeewater
 $m = 3000$ kg, massa lege bak
 $l = 5$ m, lengte van de bak (loodrecht op vlak van tekening)
 $b = 5$ m, breedte van de bak
 $h = 3$ m, hoogte van de bak
 $d = 0,20$ m, afmeting vierkante klep



Vraag a) Op een gegeven moment zit er 25 m^3 bagger in de bak. Hoe diep steekt de bak in het water? (2 punten)

Aan de zijkant van de bak zit een vierkante klep met zijde d die een opening met dezelfde afmetingen afsluit en waarvan het midden zich op $0,25$ m van de bodem bevindt en die, zo nodig, geopend kan worden.

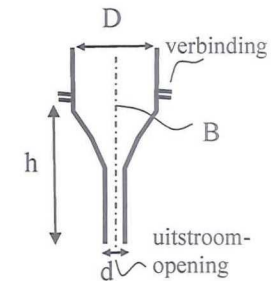
Vraag b) Wat is de resulterende kracht die door het zeewater en de bagger op de klep wordt uitgeoefend? Geef ook de richting van deze kracht aan! (2 punten)

*Vraag c) Als onder de getekende omstandigheden (met 25 m^3 bagger in de bak) de klep geopend wordt, hoe groot is dan de snelheid waarmee de vloeistof door de opening stroomt? Verwaarloos effecten van wrijving en geef ook hier de richting van de stroming aan. (3 punten)

Opgave 2:
(bij deze vraag werkt u in symbolen en vult u het antwoord in op het bijgevoegde antwoordblad)

Met behulp van een pomp en een leidingstelsel wordt water verplaatst. In de schets hieronder is een stuk leiding met diameter D met uitstroomstuk getekend die bij B aan elkaar verbonden zijn. Er zit een pomp in het circuit die een constant debiet kan leveren. Bij de analyse van de stroming verwaarlozen we effecten van wrijving.

Gegevens:
 g , zwaartekrachtsversnelling
 p_a , atmosferische druk die buiten de leiding heerst
 ρ_w , dichtheid water
 d , diameter uitstroomopening
 h , afstand van verbinding tot uitstroomopening
 D , diameter aanvoerbuiss
 v , snelheid waarmee water uit de uitstroomopening spuit
 c_w , weerstandcoëfficiënt van een luchtbel in water



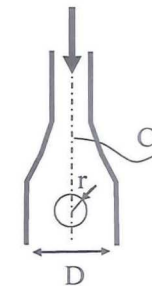
Vraag a) Geef een uitdrukking voor het debiet dat nodig is om de straal met een snelheid v uit de uitstroomopening te laten spuiten? (2 punten)

*Vraag b) Geef voor deze omstandigheden een uitdrukking voor de druk ten opzichte van de atmosferische druk in de leiding bij punt B? (3 punten)

Vraag c) Geef een uitdrukking voor de grootte van de verticale kracht die door het uitstroomstuk op de verbinding ter hoogte van B wordt uitgeoefend als gevolg van de druk en het stromende water. Het gewicht van het uitstroomstuk met water mag buiten beschouwing gelaten worden. (3 punten)

Elders in het systeem, waar het water van boven naar beneden stroomt, bevindt zich een luchtbel die zich niet eenvoudig laat verwijderen. Door het snel stromende water kan deze niet omhoog maar blijft ergens onder het punt C stil staan waar een snelheid v_C heerst. Beschouw de luchtbel als een bol met een dichtheid ρ_l .

Vraag d) Wat moet de straal r van de luchtbel minimaal zijn om bij gegeven omstandigheden net niet door het water mee naar beneden genomen te worden? (2 punten)



Opgave 2

Op dit blad vult u de antwoorden voor opgave 2 in en werkt u met symbolen

➡ NAAM:

➡ Studienummer:

Vraag a:
 $Q =$
.....

Vraag b:
 $p_B - p_a =$
.....

Vraag c:
 $F_v =$
.....

Vraag d:
 $r \geq$
.....

CONTROLEER OF NAAM EN STUDIENUMMER INGEVULD IS EN
LEVER DIT BLAD IN SAMEN MET DE UITWERKING VAN OPGAVE 1

UITWERKINGEN DEELTENTAMEN CT1021E

Eulerse Balansen

d.d. 12 december 2012 van 9:00 - 10:30 uur

Opgave 1:

a) Het gewicht van de bak met inhoud moet volgens Archimedes gedragen worden door het gewicht van de verplaatste hoeveelheid water. Het totale gewicht is $(3000\text{kg} + 25\text{m}^3 \cdot 1300\text{kg/m}^3) \cdot 10\text{m/s}^2 = 355000\text{ N}$ dit moet gelijk zijn aan het verplaatste gewicht = $g \rho_w V$. Hieruit volgt dat de bak over een afstand $s = 1.39\text{m}$ in het water steekt. Het niveau van de bagger in de bak is 1m .

b) De resulterende kracht (positief naar rechts) is gelijk aan het drukverschil maal het oppervlak van de klep: $F = 0.2^2 \cdot (p_c - p_b) = 0.2^2 \cdot (g h_{dk} \rho_w - g h_{bk} \rho_w)$, er volgt $h_{bk} = 1 - 0.25 = 0.75\text{m}$ en $h_{dk} = 1.39 - 0.25 = 1.14\text{m}$ invullen met de overige gegevens levert: $F = 0.04 \cdot (11685 - 9750) = 77.4\text{ N}$ omdat dit positief is staat de kracht naar rechts gericht, het zeewater wil de bak indringen.

c) Omdat het zeewater de bak instroomt kunnen we een horizontale stroomlijn bedenken van links via de opening naar rechts. Het drukverschil is 1935 Pa . Hiermee kan een kinetische energie $\frac{1}{2} \rho_w v^2$ gegenereerd worden. Hetgeen een snelheid $v = 1.94\text{ m/s}$ oplevert.

Opgave 2:

a) Het debiet volgt uit het product van oppervlak en snelheid $Q = v d^2 \pi / 4$

b) De druk p_B in punt B kan bepaald worden door energiebehoud toe te passen tussen de uitstroomopening en punt B: $p_a + \frac{1}{2} \rho_w v^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho_w v_B^2 + \rho_w g h$ de snelheid in B is ook bekend $v_B = v \frac{d^2}{D^2}$ zodat er volgt:

$$p_B - p_a = \rho_w \frac{1}{2} v^2 \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) - \rho_w g h$$

c) Voor de kracht die uitgeoefend wordt op de verbinding moeten we kijken naar de bijdrage van de druk bij B en de verandering van de impuls. Dit levert op

$$F_B = p_B \frac{\pi}{4} D^2 + \rho_w Q v \frac{d^2}{D^2} - \rho_w Q v$$

d) De lucht bel wordt net niet meegenomen door de stroming wanneer er evenwicht van krachten is. Dat wil zeggen dat de som van de zwaartekracht, opwaartse kracht en weerstandskracht gelijk aan nul moet zijn. $F_{zw} - F_{opw} + F_w = 0$, de krachten kunnen we uitschrijven in gegeven grootheden $\rho_l \frac{4}{3} \pi r^3 g - \rho_w \frac{4}{3} \pi r^3 g + \frac{1}{2} \rho_w \pi r^2 c_w v_c^2 = 0$

$$\text{als we hier } r \text{ uit oplossen vinden we } r \geq \frac{3}{8} \frac{\rho_w}{\rho_w - \rho_l} \frac{c_w v_c^2}{g}$$

Indien de dichtheid van de lucht hier verwaarloosd wordt, wordt dit ook goed gerekend.